

Zweistufige Produktionsprozesse*

Aufgabennummer: B_462

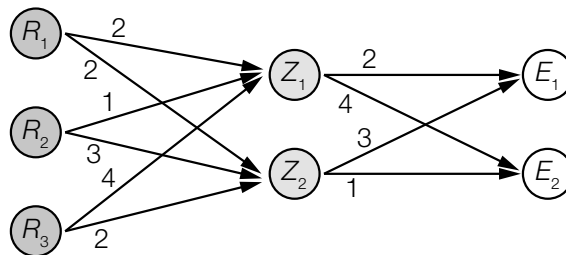
Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Ein Produktionsbetrieb stellt aus den 3 Rohstoffen R_1 , R_2 und R_3 zunächst die 2 Zwischenprodukte Z_1 und Z_2 und aus diesen die 2 Endprodukte E_1 und E_2 her.

Der nachstehend dargestellte Gozinto-Graph beschreibt die Verflechtung von Rohstoffen, Zwischenprodukten und Endprodukten. Er gibt die Menge an Rohstoffen in ME an, die für jeweils 1 ME der Zwischenprodukte benötigt wird. Er gibt weiters die Menge an Zwischenprodukten in ME an, die für jeweils 1 ME der Endprodukte benötigt wird.



- a) 1) Erstellen Sie eine Matrix \mathbf{A} , die den Mengenbedarf an Rohstoffen für die Herstellung der Zwischenprodukte beschreibt.

Der Mengenbedarf an Zwischenprodukten für die Herstellung der Endprodukte kann durch die Matrix \mathbf{B} beschrieben werden.

- 2) Beschreiben Sie, was mit dem Matrizenprodukt $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ im gegebenen Sachzusammenhang berechnet wird.

- b) Der Mengenbedarf an Rohstoffen für die Herstellung der Endprodukte wird durch die Matrix $\begin{pmatrix} 10 & 10 \\ 11 & 7 \\ 14 & 18 \end{pmatrix}$ beschrieben.

In einem Produktionsprozess sollen 10 ME von E_1 und x ME von E_2 hergestellt werden und es gilt:

$$\begin{pmatrix} 10 & 10 \\ 11 & 7 \\ 14 & 18 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 150 \\ 145 \\ 230 \end{pmatrix}$$

- 1) Interpretieren Sie die Zahl 230 im gegebenen Sachzusammenhang.
2) Ermitteln Sie x .

c) Eine andere Produktionsverflechtung hat folgende Eigenschaften:

Die Matrix \mathbf{C} beschreibt den Mengenbedarf an Rohstoffen für die Herstellung der Zwischenprodukte.

Die Matrix \mathbf{D} beschreibt den Mengenbedarf an Zwischenprodukten für die Herstellung der Endprodukte.

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Es werden e_1 ME von E_1 und e_2 ME von E_2 hergestellt.

Die Rohstoffe R_1, R_2, R_3 haben die Preise p_1, p_2, p_3 (in GE/ME).

1) Erstellen Sie mithilfe von Matrizen und Vektoren eine Formel zur Berechnung der Gesamtkosten K für diesen Produktionsprozess.

$$K = \underline{\hspace{15em}}$$

Es werden 5 ME von E_1 und 8 ME von E_2 hergestellt.

2) Ermitteln Sie die benötigten Mengen der jeweiligen Zwischenprodukte.

Möglicher Lösungsweg

$$\text{a1) } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

a2) Das Matrizenprodukt gibt an, welche Menge an Rohstoffen man für jeweils 1 ME der Endprodukte benötigt.

b1) Es werden 230 ME von R_3 benötigt.

$$\text{b2) } 10 \cdot 10 + 10 \cdot x = 150$$

oder:

$$11 \cdot 10 + 7 \cdot x = 145$$

oder:

$$14 \cdot 10 + 18 \cdot x = 230$$

$$x = 5$$

$$\text{c1) } K = (p_1, p_2, p_3) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix}$$

$$\text{c2) } \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 34 \\ 23 \end{pmatrix}$$

Es werden 34 ME von Z_1 und 23 ME von Z_2 benötigt.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Matrix \mathbf{A}

a2) 1 × C: für die richtige Beschreibung im gegebenen Sachzusammenhang

b1) 1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang

b2) 1 × B: für das richtige Ermitteln von x

c1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung der Gesamtkosten K

c2) 1 × B: für das richtige Ermitteln der benötigten Mengen der jeweiligen Zwischenprodukte