

Zinsentwicklung*

Aufgabennummer: B_528

Technologieeinsatz: möglich erforderlich

Die Zinssätze für Kredite und Spareinlagen unterliegen zeitabhängigen Schwankungen.

- a) Der Zinssatz für einen Kredit bei einer Bank ist unter anderem auch davon abhängig, welchen Verwendungszweck dieser hat.
Konsumkredite dienen der Finanzierung von Konsumgütern oder Dienstleistungen.
Immobilienkredite dienen der Wohnbaufinanzierung.

In der nachstehenden Tabelle ist die Entwicklung der Zinssätze für beide Verwendungszwecke im Zeitraum von 2000 bis 2004 in Österreich dargestellt.

Jahr	2000	2001	2002	2003	2004
Zinssatz für Konsumkredite in % p. a.	6,63	6,69	6,06	5,42	5,18
Zinssatz für Immobilienkredite in % p. a.	5,87	5,93	5,35	4,41	3,90

Datenquelle: <https://www.oenb.at/Statistik/Standardisierte-Tabellen/zinssaetze-und-wechselkurse/Zinssaetze-der-Kreditinstitute.html> [04.08.2021].

- 1) Stellen Sie eine Gleichung der Regressionsgeraden für den Zusammenhang zwischen dem Zinssatz für Konsumkredite x und dem Zinssatz für Immobilienkredite y im angegebenen Zeitraum auf.
- 2) Beurteilen Sie mithilfe des Korrelationskoeffizienten, ob die Regressionsgerade ein geeignetes Modell darstellt, um diesen Zusammenhang zu beschreiben.

Der Zinssatz im Jahr 2005 betrug für Konsumkredite 4,89 % p. a. und für Immobilienkredite 3,58 % p. a.

- 3) Berechnen Sie die Differenz zwischen dem tatsächlichen Zinssatz für Immobilienkredite im Jahr 2005 und dem mithilfe der Regressionsgeraden ermittelten entsprechenden Zinssatz.

- b) Bei Abschluss eines Kreditvertrags kann festgelegt werden, ob der Zinssatz während der gesamten Laufzeit konstant bleibt oder ob sich der Zinssatz entsprechend der aktuellen Marktlage immer wieder verändert.

In der nachstehenden Tabelle ist ein Ausschnitt aus einem Tilgungsplan dargestellt.

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				€ 50.000,00
1	€ 2.100,00	€ 4.900,00	€ 7.000,00	€ 45.100,00
2	€ 1.894,20	€ 5.105,80	€ 7.000,00	€ 39.994,20
3	€ 1.399,80		€ 7.000,00	

- 1) Überprüfen Sie nachweislich, ob sich der Zinssatz innerhalb der dargestellten 3 Jahre verändert hat.
 - 2) Tragen Sie in der obigen Tabelle die beiden fehlenden Beträge im Jahr 3 ein.
- c) Ein Geldbetrag B wird 2 Jahre lang mit dem Jahreszinssatz i_0 verzinst, danach weitere 3 Jahre mit einem geänderten Jahreszinssatz i_1 .

- 1) Stellen Sie eine Formel für den Endwert E am Ende dieser 5 Jahre auf. Verwenden Sie dabei B , i_0 und i_1 .

$$E = \underline{\hspace{10cm}}$$

- 2) Berechnen Sie für $i_0 = 3\%$ und $i_1 = 1\%$ denjenigen gleichbleibenden Jahreszinssatz i , bei dem der Betrag B innerhalb von 5 Jahren auf den gleichen Endwert E anwächst.

Möglicher Lösungsweg

a1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$y = 1,3031 \cdot x - 2,7216 \quad (\text{Koeffizienten gerundet})$$

x ... Zinssatz für Konsumkredite in % p. a.

y ... Zinssatz für Immobilienkredite in % p. a.

a2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$r = 0,9909\dots$$

Der Korrelationskoeffizient liegt sehr nahe bei 1, daher besteht ein starker positiver linearer Zusammenhang zwischen dem Zinssatz für Konsumkredite und dem Zinssatz für Immobilienkredite.

a3) Mit $x = 4,89$ erhält man:

$$1,3031\dots \cdot 4,89 - 2,7216\dots = 3,65\dots$$

tatsächlicher Zinssatz: 3,58

$$\text{Differenz der Zinssätze: } 3,65\dots - 3,58 = 0,07\dots$$

Auch $-0,07\dots$ ist als richtig zu werten.

b1) Zinssatz im Jahr 1: $\frac{2\,100}{50\,000} = 0,042$

$$\text{Zinssatz im Jahr 2: } \frac{1\,894,2}{45\,100} = 0,042$$

$$\text{Zinssatz im Jahr 3: } \frac{1\,399,8}{39\,994,2} = 0,035\dots$$

Der Zinssatz hat sich im Jahr 3 verändert.

b2)

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				€ 50.000,00
1	€ 2.100,00	€ 4.900,00	€ 7.000,00	€ 45.100,00
2	€ 1.894,20	€ 5.105,80	€ 7.000,00	€ 39.994,20
3	€ 1.399,80	€ 5.600,20	€ 7.000,00	€ 34.394,00

c1) $E = B \cdot (1 + i_0)^2 \cdot (1 + i_1)^3$

c2) $B \cdot 1,03^2 \cdot 1,01^3 = B \cdot (1 + i)^5$

$$i = 0,01795\dots = 1,795\dots \%$$

Eine Berechnung von i mithilfe eines arithmetischen Mittels ist als falsch zu werten.

Lösungsschlüssel

- a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der Regressionsgeraden.
- a2) Ein Punkt für das richtige Beurteilen mithilfe des Korrelationskoeffizienten.
- a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Differenz.
- b1) Ein Punkt für das richtige nachweisliche Überprüfen.
- b2) Ein Punkt für das Eintragen der beiden richtigen Beträge.
- c1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.
- c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Jahreszinssatzes i .