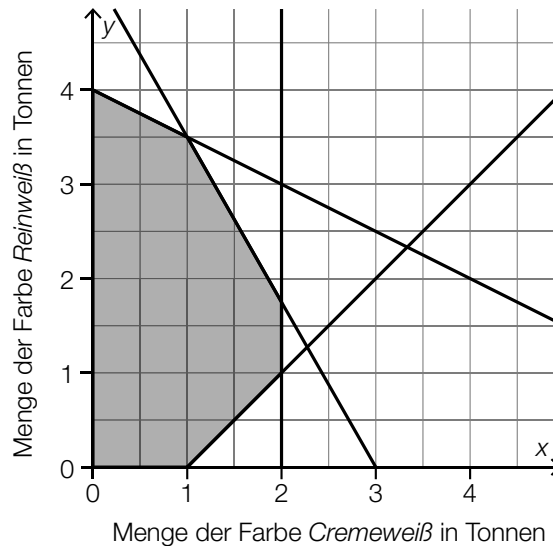


## Wandfarben

In einem Betrieb werden Wandfarben produziert.

- a) Täglich werden  $x$  Tonnen der Farbe *Cremeweiß* und  $y$  Tonnen der Farbe *Reinweiß* produziert. In der nachstehenden Abbildung sind die Mengenbeschränkungen für die Produktion dieser beiden Farben dargestellt.



Beide Farben werden zum Preis von 4,50 Euro pro Kilogramm verkauft.

Die Zielfunktion  $Z$  beschreibt den Erlös beim Verkauf von  $x$  Tonnen der Farbe *Cremeweiß* und  $y$  Tonnen der Farbe *Reinweiß*.

- 1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung diejenige Gerade ein, auf der im Lösungsbereich der maximale Wert der Zielfunktion angenommen wird. [0/1 P.]
- 2) Berechnen Sie den maximalen Erlös. [0/1 P.]

Es wird vorgeschlagen, bei der Produktion folgende zusätzliche Bedingung zu berücksichtigen: Von der Farbe *Cremeweiß* sollen täglich um höchstens 2 Tonnen mehr als von der Farbe *Reinweiß* produziert werden.

- 3) Überprüfen Sie nachweislich, ob der in der obigen Abbildung dargestellte Lösungsbereich durch diese zusätzliche Bedingung verkleinert wird. [0/1 P.]

- b) Es sollen  $x$  Tonnen der Farbe *Ozeanblau* und  $y$  Tonnen der Farbe *Nachtblau* produziert werden.

Für die Produktion von 1 Tonne der Farbe *Ozeanblau* werden 0,16 ME blaues Farbpulver verbraucht.

Für die Produktion von 1 Tonne der Farbe *Nachtblau* werden 0,2 ME blaues Farbpulver verbraucht.

Insgesamt sollen höchstens 12 ME des blauen Farbpulvers verbraucht werden.

Von der Farbe *Ozeanblau* soll um mindestens ein Drittel mehr als von der Farbe *Nachtblau* produziert werden.

- 1) Stellen Sie die zwei Ungleichungen auf, die diesen Sachverhalt beschreiben. [0/1/2 P.]

- c) Die Zeit, die Farbe zum Trocknen braucht (Trocknungszeit), hängt unter anderem von der Temperatur ab. Für eine bestimmte Farbe wurden die in der nachstehenden Tabelle angegebenen Daten ermittelt.

Temperatur in °C	15	18	20	22	27
Trocknungszeit in h	5,8	4,2	3,2	3,4	1,9

Die Trocknungszeit soll in Abhängigkeit von der Temperatur näherungsweise durch die lineare Funktion  $g$  beschrieben werden.

$T$  ... Temperatur in °C

$g(T)$  ... Trocknungszeit bei der Temperatur  $T$  in h

- 1) Stellen Sie mithilfe der Regressionsrechnung eine Gleichung der linearen Funktion  $g$  auf. [0/1 P.]

- 2) Interpretieren Sie den Wert der Steigung von  $g$  im gegebenen Sachzusammenhang. [0/1 P.]

In einem anderen Modell kann die Trocknungszeit in Abhängigkeit von der Temperatur näherungsweise durch die quadratische Funktion  $f$  beschrieben werden.

$$f(T) = \frac{1}{60} \cdot T^2 - T + 17 \quad \text{mit} \quad 15 \leq T \leq 27$$

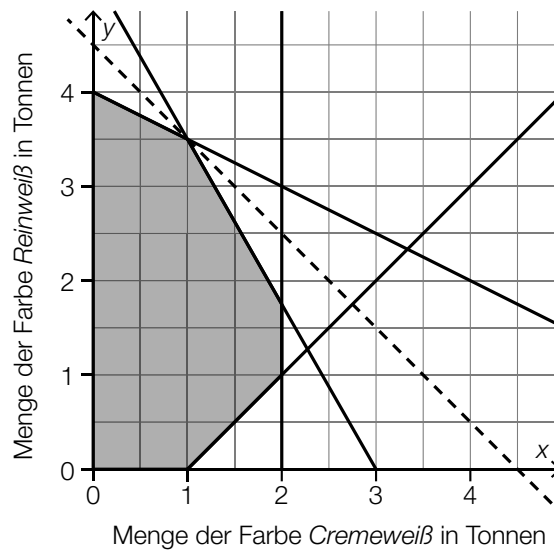
$T$  ... Temperatur in °C

$f(T)$  ... Trocknungszeit bei der Temperatur  $T$  in h

- 3) Ermitteln Sie mithilfe der Funktion  $f$  diejenige Temperatur, bei der die lokale Änderungsrate der Trocknungszeit  $-0,3 \text{ h/}^\circ\text{C}$  beträgt. [0/1 P.]

## Möglicher Lösungsweg

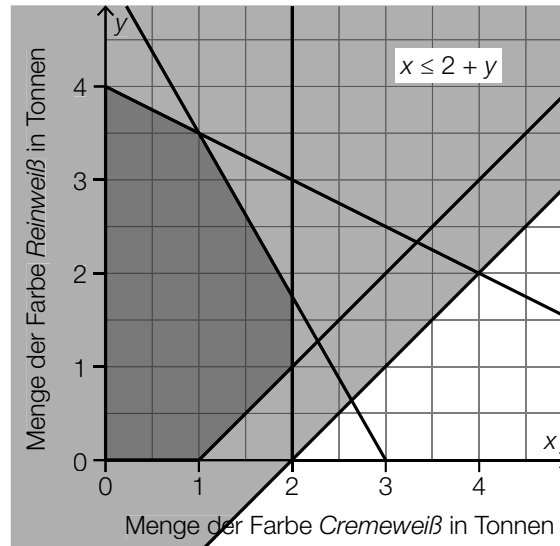
a1)



a2)  $4500 \cdot 1 + 4500 \cdot 3,5 = 20250$

Der maximale Erlös beträgt 20.250 Euro.

a3) Die durch die Ungleichung  $x \leq 2 + y$  festgelegte Halbebene enthält den Lösungsbereich zur Gänze (siehe nachstehende Abbildung).



Der Lösungsbereich wird daher durch die zusätzliche Bedingung nicht verkleinert.

- a1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen der Geraden.
- a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des maximalen Erlöses.
- a3) Ein Punkt für das richtige nachweisliche Überprüfen.

b1) I:  $0,16 \cdot x + 0,2 \cdot y \leq 12$   
II:  $x \geq \frac{4}{3} \cdot y$

- b1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Ungleichung I.  
Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Ungleichung II.

c1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$$g(T) = -0,30 \cdot T + 9,91 \quad (\text{Koeffizienten gerundet})$$

c2) Wird die Temperatur um  $1 \text{ }^\circ\text{C}$  erhöht, so verringert sich die Trocknungszeit um rund  $0,30 \text{ h}$ .

c3)  $f'(T) = -0,3$  oder  $\frac{1}{30} \cdot T - 1 = -0,3$   
 $T = 21$

Bei einer Temperatur von  $21 \text{ }^\circ\text{C}$  beträgt die lokale Änderungsrate der Trocknungszeit  $-0,3 \text{ h/}^\circ\text{C}$ .

- c1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der linearen Funktion  $g$ .  
c2) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.  
c3) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Temperatur.