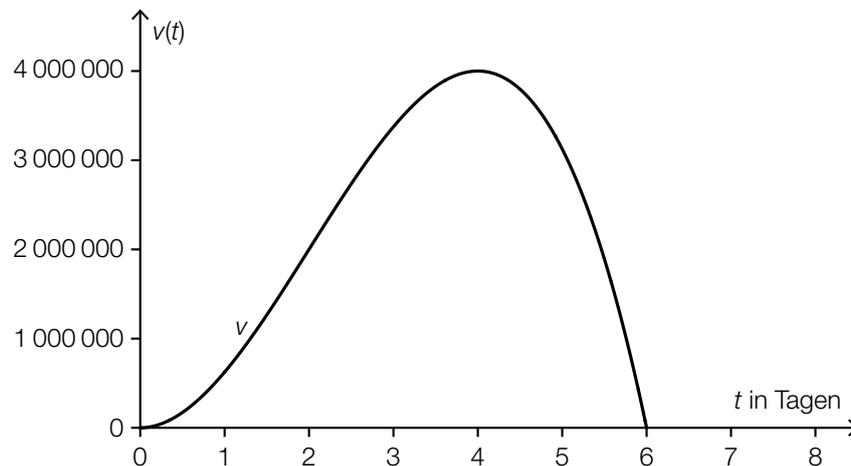


Virusinfektion

Die Anzahl der Viren in 1 ml Blut im Verlauf einer leichten Viruserkrankung lässt sich näherungsweise durch die Funktion v beschreiben.



t ... Zeit seit Beginn der Erkrankung in Tagen

$v(t)$... Anzahl der Viren in 1 ml Blut zur Zeit t

a) Die Gleichung $v(t) = 3 \cdot 10^6$ hat die positiven Lösungen t_1 und t_2 (mit $t_1 < t_2$).

- 1) Markieren Sie in der obigen Abbildung die Lösungen t_1 und t_2 .
- 2) Interpretieren Sie t_1 und t_2 im gegebenen Sachzusammenhang.

b) Die Funktion v ist eine Polynomfunktion.

- 1) Begründen Sie unter Bezugnahme auf die obige Abbildung, warum v mindestens den Grad 3 haben muss.

c) Die Funktion v kann in folgender Form angegeben werden: $v(t) = a \cdot (6 - t) \cdot t^2$

Es gilt: $v'(t_3) = 0$ und $v''(t_3) < 0$

- 1) Kennzeichnen Sie t_3 in der obigen Abbildung.

Jemand behauptet: Die Koordinaten des Wendepunkts von v hängen nicht vom Faktor a ab.

- 2) Beurteilen Sie die Richtigkeit dieser Behauptung.

d) Die Funktion v kann in folgender Form angegeben werden:

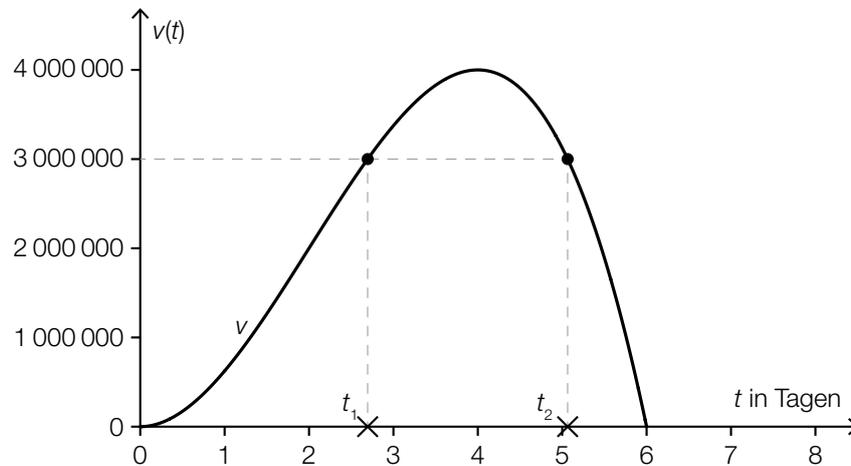
$$v(t) = a \cdot (6 - t) \cdot t^2 \text{ mit } a \in \mathbb{R}^+$$

Nach 4 Tagen befinden sich 4 Millionen Viren in 1 ml Blut.

1) Berechnen Sie den Parameter a .

Möglicher Lösungsweg

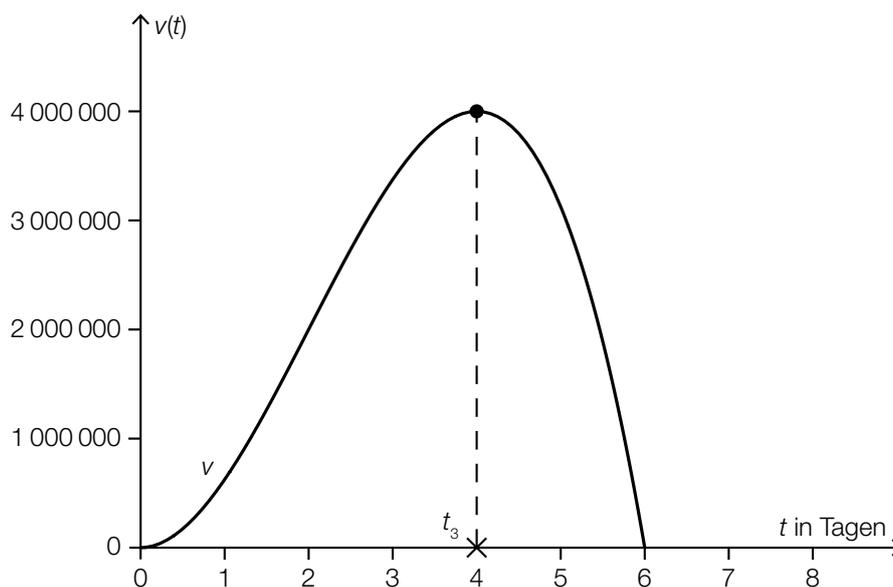
a1)



a2) t_1 und t_2 sind diejenigen Zeitpunkte, zu denen in 1 ml Blut 3 Millionen Viren enthalten sind.

b1) v hat eine Wendestelle. Polynomfunktionen vom Grad 1 und vom Grad 2 haben jedoch keine Wendestellen. Daher muss v mindestens den Grad 3 haben.

c1)



$$\begin{aligned} \text{c2) } v(t) &= a \cdot (6 - t) \cdot t^2 = 6 \cdot a \cdot t^2 - a \cdot t^3 \\ v''(t) &= 12 \cdot a - 6 \cdot a \cdot t \end{aligned}$$

Die Gleichung $v''(t_w) = 0$ kann durch den Faktor a dividiert werden, daher hängt die Stelle des Wendepunkts nicht von a ab. Der Funktionswert ergibt sich durch $v(t_w)$ und hängt daher von a ab.

$$\begin{aligned} \text{d1) } v(4) &= 4 \cdot 10^6 \\ a \cdot (6 - 4) \cdot 4^2 &= 4 \cdot 10^6 \Rightarrow a = 125\,000 \end{aligned}$$