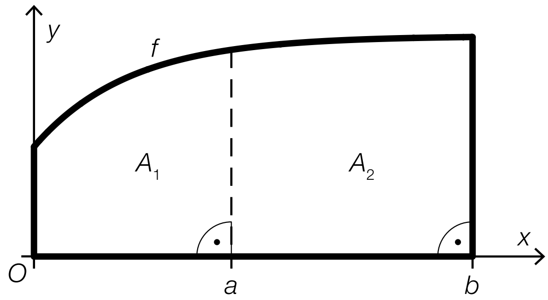
Spargel*

Spargel ist in Österreich ein beliebtes Gemüse.

a) Ein Bauer baut Spargel auf einem Feld an. In der nachstehenden Abbildung ist dieses Feld schematisch in einem Koordinatensystem dargestellt. Das Feld ist durch den Graphen der Funktion f und die 3 fett gedruckten Strecken begrenzt.



Das Feld soll durch die Gerade mit der Gleichung $x = a$ in die zwei Teilflächen A_1 und A_2 geteilt werden.
Das Verhältnis der Flächeninhalte von A_1 zu A_2 soll dabei 2 : 3 sein.

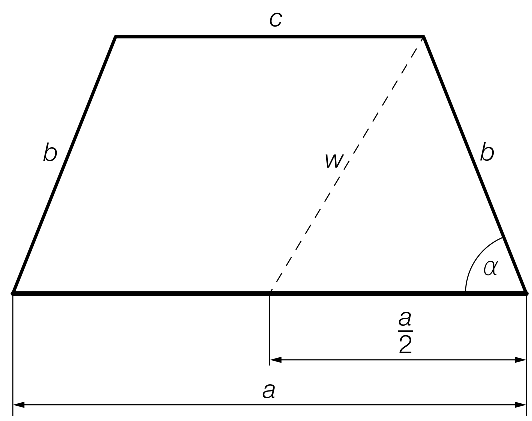
1) Tragen Sie in der nachstehenden Gleichung die fehlende Zahl in das dafür vorgesehene Kästchen ein.

$$\int_0^a f(x)\,\mathrm{d}x = \boxed{} \cdot \int_0^b f(x)\,\mathrm{d}x$$ *[0/1 P.]*

2) Interpretieren Sie, was mit dem nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang berechnet werden kann.

$$f(a) + \int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2}\,\mathrm{d}x + f(b) + (b - a)$$ *[0/1 P.]*

b) Sogenannte *Spargeldämme*, die im Querschnitt modellhaft die Form eines gleichschenkeligen Trapezes haben, sind für das Wachstum des Spargels ideal (siehe nachstehende Abbildung).



1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung von w auf. Verwenden Sie dabei a, b und α.

$w =$ ____ *[0/1 P.]*

2) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung diejenige Größe ein, die mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$\arcsin\left(\frac{b \cdot \sin(\alpha)}{w}\right)$ *[0/1 P.]*

3) Interpretieren Sie, was mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$\frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot b \cdot \sin(\alpha)$ *[0/1 P.]*

c) In der nachstehenden Tabelle sind die durchschnittlichen Nettopreise für 100 kg Spargel in Österreich für einige ausgewählte Jahre angegeben.

Jahr	2014	2015	2017	2018
durchschnittlicher Nettopreis für 100 kg Spargel in €	547	596	591	635

Die zeitliche Entwicklung des durchschnittlichen Nettopreises ab 2014 soll näherungsweise durch die lineare Funktion p beschrieben werden.

1) Stellen Sie mithilfe der Regressionsrechnung eine Gleichung der linearen Funktion p auf. Wählen Sie dabei $t = 0$ für das Jahr 2014. *[0/1 P.]*

2) Berechnen Sie, nach welcher Zeit t der durchschnittliche Nettopreis gemäß diesem Modell € 695 beträgt. *[0/1 P.]*

Möglicher Lösungsweg

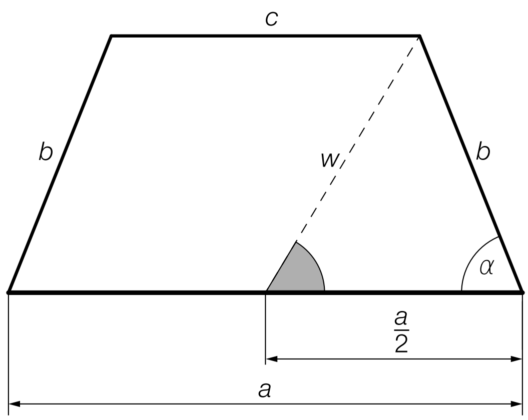
a1) $\int_0^a f(x)\,\mathrm{d}x = \boxed{\frac{2}{5}} \cdot \int_0^b f(x)\,\mathrm{d}x$

a2) Mit diesem Ausdruck kann der Umfang der Teilfläche A_2 berechnet werden.

a1) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Zahl.
a2) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.

b1) $w = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + b^2 - a \cdot b \cdot \cos(\alpha)}$

b2)



b3) Mit diesem Ausdruck kann der Flächeninhalt der Querschnittsfläche eines Spargeldamms berechnet werden.

b1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.
b2) Ein Punkt für das Einzeichnen des richtigen Winkels.
b3) Ein Punkt für das richtige Interpretieren.

c1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$p(t) = 17{,}1 \cdot t + 558{,}05$

t ... Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 2014
$p(t)$ ... durchschnittlicher Nettopreis zur Zeit t in Euro

c2) $p(t) = 695$ *oder* $17{,}1 \cdot t + 558{,}05 = 695$
$t = 8{,}0...$

Nach rund 8 Jahren beträgt der durchschnittliche Nettopreis gemäß diesem Modell € 695.

c1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der linearen Funktion p.
c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Zeit, nach der der durchschnittliche Nettopreis € 695 beträgt.