

## Smartphones (2)\*

Aufgabennummer: B\_079

Technologieeinsatz:                      möglich                       erforderlich

- a) Der Akku eines Smartphones entlädt sich aufgrund von Hintergrundanwendungen auch dann, wenn das Gerät nicht aktiv benützt wird.

Für ein bestimmtes Smartphone wird die zeitliche Entwicklung des Akku-Ladestands in Prozent beobachtet. Zur Zeit  $t = 0$  ist der Akku vollständig aufgeladen.

Zeit $t$ in Stunden	Akku-Ladestand in Prozent
0	100
3	94
6	81
10	71
18	43

Die zeitliche Entwicklung des Akku-Ladestands in Prozent soll beschrieben werden.

- Ermitteln Sie eine Gleichung der zugehörigen linearen Regressionsfunktion.

Bei einem Akku-Ladestand von 15 % sollte das Smartphone wieder ans Stromnetz angeschlossen werden.

- Berechnen Sie, wie viele Stunden nach dem vollständigen Aufladen dies gemäß diesem linearen Regressionsmodell der Fall ist.

b) Die zeitliche Entwicklung des Akku-Ladestands beim Aufladen lässt sich näherungsweise durch die Funktion  $A$  beschreiben:

$$A(t) = 100 - 85 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

$t$  ... Zeit nach Beginn des Aufladens in h

$A(t)$  ... Akku-Ladestand zur Zeit  $t$  in Prozent

$\lambda$  ... positiver Parameter

– Argumentieren Sie mathematisch, dass sich die Funktionswerte von  $A$  mit wachsendem  $t$  dem Wert 100 annähern.

2 Stunden nach Beginn des Aufladens beträgt der Akku-Ladestand 80 %.

– Berechnen Sie  $\lambda$ .

– Berechnen Sie, zu welcher Zeit nach Beginn des Aufladens der Akku-Ladestand 90 % beträgt.

- c) Die Entwicklung der weltweiten Verkaufszahlen von Smartphones kann modellhaft durch die Funktion  $S$  beschrieben werden:

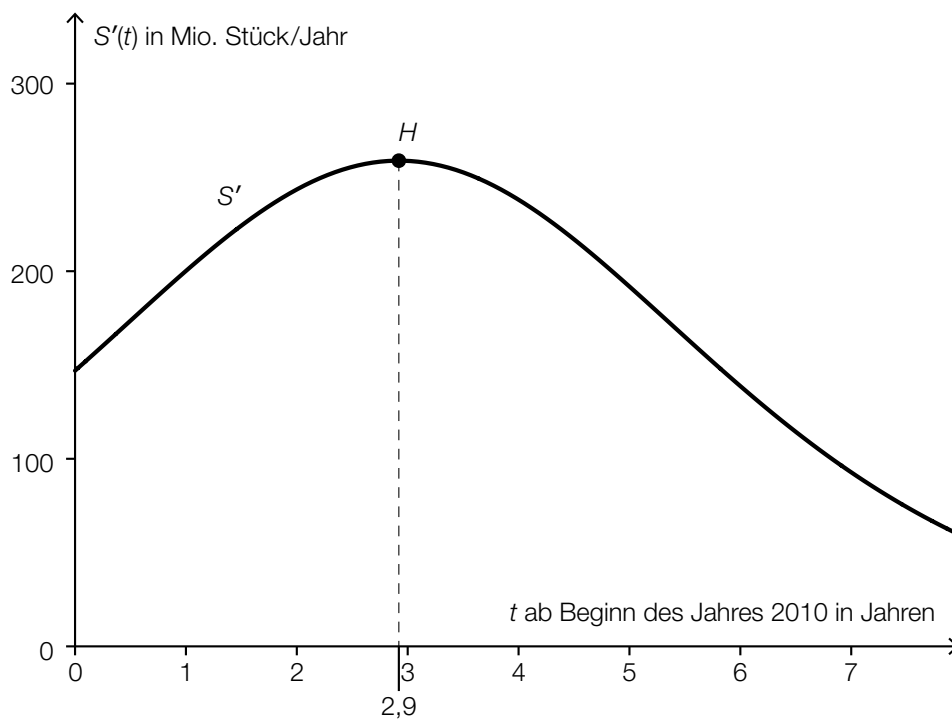
$$S(t) = \frac{1918}{1 + 4,84 \cdot e^{-0,54 \cdot t}}$$

$t$  ... Zeit in Jahren ( $t = 0$  entspricht dem Beginn des Jahres 2010)

$S(t)$  ... Anzahl der bis zur Zeit  $t$  insgesamt verkauften Smartphones in Millionen Stück

- Ermitteln Sie mithilfe dieses Modells die Anzahl der bis zum Beginn des Jahres 2020 insgesamt verkauften Smartphones.

Im nachstehenden Diagramm ist der Graph der Ableitungsfunktion  $S'$  dargestellt. Auf dem Graphen von  $S'$  ist der Hochpunkt  $H$  markiert.



- Beschreiben Sie die mathematische Bedeutung der Stelle  $t = 2,9$  in Bezug auf die Funktion  $S$ .

*Hinweis zur Aufgabe:*

*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.*

## Möglicher Lösungsweg

a) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$$L(t) = -3,210 \cdot t + 101,554 \quad (\text{Koeffizienten gerundet})$$

$t$  ... Zeit in h

$L(t)$  ... Akku-Ladestand zur Zeit  $t$  in %

$$15 = -3,210 \cdot t + 101,554$$

$$t = 26,9\dots$$

Nach etwa 27 Stunden sollte das Smartphone wieder ans Stromnetz angeschlossen werden.

b) Mit beliebig groß werdendem  $t$  geht  $e^{-\lambda \cdot t}$  gegen null, und damit geht  $100 - 85 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$  gegen 100.

$$80 = 100 - 85 \cdot e^{-\lambda \cdot 2}$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$\lambda = 0,72345\dots$$

$$90 = 100 - 85 \cdot e^{-0,72345\dots \cdot t}$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$t = 2,9\dots$$

Nach etwa 3 Stunden ist ein Ladestand von 90 % erreicht.

$$\text{c) } S(10) = \frac{1918}{1 + 4,84 \cdot e^{-0,54 \cdot 10}} = 1876,9\dots$$

Gemäß diesem Modell werden bis zum Beginn des Jahres 2020 rund 1 877 Millionen Smartphones verkauft.

$t = 2,9$  ist die Wendestelle der Funktion  $S$ .

oder:

$t = 2,9$  ist die Stelle maximalen Wachstums von  $S$ .

## Lösungsschlüssel

- a) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Gleichung der Regressionsfunktion  
1 × B2: für die richtige Berechnung des Zeitpunkts
  
- b) 1 × D: für die richtige mathematische Argumentation  
1 × B1: für die richtige Berechnung von  $\lambda$   
1 × B2: für die richtige Berechnung des Zeitpunkts
  
- c) 1 × B: für das richtige Ermitteln des Funktionswerts  
1 × C: für die richtige Beschreibung der Bedeutung der Stelle  $t = 2,9$  in Bezug auf die Funktion  $S$