Schmuckstücke

Ein Goldschmied fertigt kreisförmige Schmuckstücke an.

a) 1) Ordnen Sie den beiden Satzanfängen jeweils das richtige Satzende aus A bis D zu.

Wird der Radius eines Kreises um 50 % vergrößert, ...	
Wird der Radius eines Kreises verdoppelt, ...	

A	… so verdoppelt sich der Flächeninhalt.
B	… so steigt der Flächeninhalt auf das 1,5-Fache an.
C	… so vervierfacht sich der Flächeninhalt.
D	… so steigt der Flächeninhalt auf das 2,25-Fache an.

b) Die kreisrunde Designvorlage für einen Ohrring wird durch eine Trennlinie geteilt, die durch den Graphen einer Polynomfunktion 3. Grades *f* beschrieben werden kann (siehe Abbildung 1).

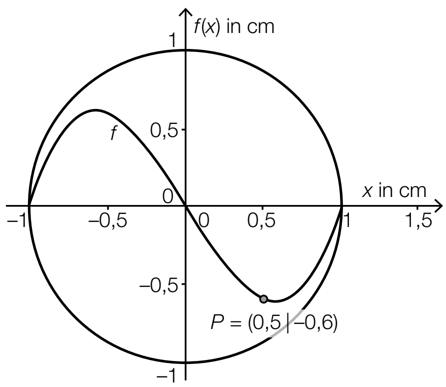


Abb. 1

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von *f*.
2) Berechnen Sie diese Koeffizienten.

c) Die kreisrunde Designvorlage für einen Armbandanhänger wird durch die in Abbildung 2 veranschaulichte Fläche zwischen den beiden Funktionsgraphen von g und h geteilt.

$$h(x) = \frac{8}{9} \cdot x^3 - \frac{8}{9} \cdot x$$

$$g(x) = a \cdot h(x) \quad \text{mit} \quad a > 0$$

x, $g(x)$, $h(x)$ … Koordinaten in cm

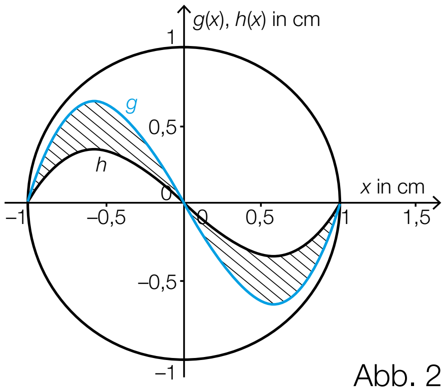
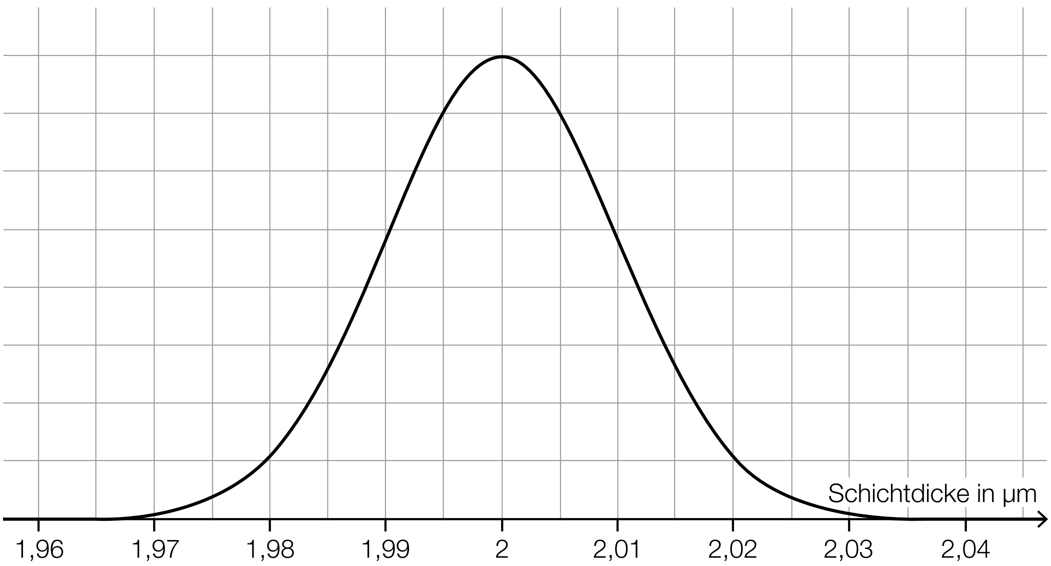


Abb. 2

1) Begründen Sie, warum gilt: $\int_{-1}^{1} (g(x) - h(x))\,\mathrm{d}x = 0$

2) Bestimmen Sie den Faktor a so, dass der schraffierte Flächeninhalt 0,4 cm² beträgt.

d) Die Schmuckstücke werden mit einer Goldschicht überzogen. Die Schichtdicke in Mikrometern (μm) aller produzierten Schmuckstücke ist annähernd normalverteilt. In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Dichtefunktion dargestellt.



1) Lesen Sie den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ ab.

2) Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung die Wahrscheinlichkeit, dass die Schichtdicke eines zufällig ausgewählten Schmuckstücks maximal 1,995 μm beträgt.

Möglicher Lösungsweg

a1)

Wird der Radius eines Kreises um 50 % vergrößert, ...	D
Wird der Radius eines Kreises verdoppelt, ...	C

A	... so verdoppelt sich der Flächeninhalt.
B	... so steigt der Flächeninhalt auf das 1,5-Fache an.
C	... so vervierfacht sich der Flächeninhalt.
D	... so steigt der Flächeninhalt auf das 2,25-Fache an.

b1) $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

I: $f(-1) = 0$
II: $f(0) = 0$
III: $f(1) = 0$
IV: $f(0{,}5) = -0{,}6$

oder

$-a + b - c + d = 0$
$d = 0$
$a + b + c + d = 0$
$0{,}125 \cdot a + 0{,}25 \cdot b + 0{,}5 \cdot c + d = -0{,}6$

b2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$a = 1{,}6$, $b = 0$, $c = -1{,}6$, $d = 0$

c1) $\int_{-1}^{1} (g(x) - h(x))\,\mathrm{d}x = 0$, da die Fläche rechts von der y-Achse genau der Fläche links von der y-Achse, jedoch mit negativem Vorzeichen entspricht.

c2) $\int_{-1}^{0} \left(\frac{8 \cdot a \cdot x^3}{9} - \frac{8 \cdot a \cdot x}{9} - \frac{8 \cdot x^3}{9} + \frac{8}{9} \cdot x\right) \mathrm{d}x = 0{,}2$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$a = 1{,}9$

d1) $\mu = 2$ µm (Extremstelle) und $\sigma = 0{,}01$ µm (Entfernung Extremstelle – Wendestelle)
Toleranzbereich für σ: [0,005 µm; 0,015 µm]

d2)