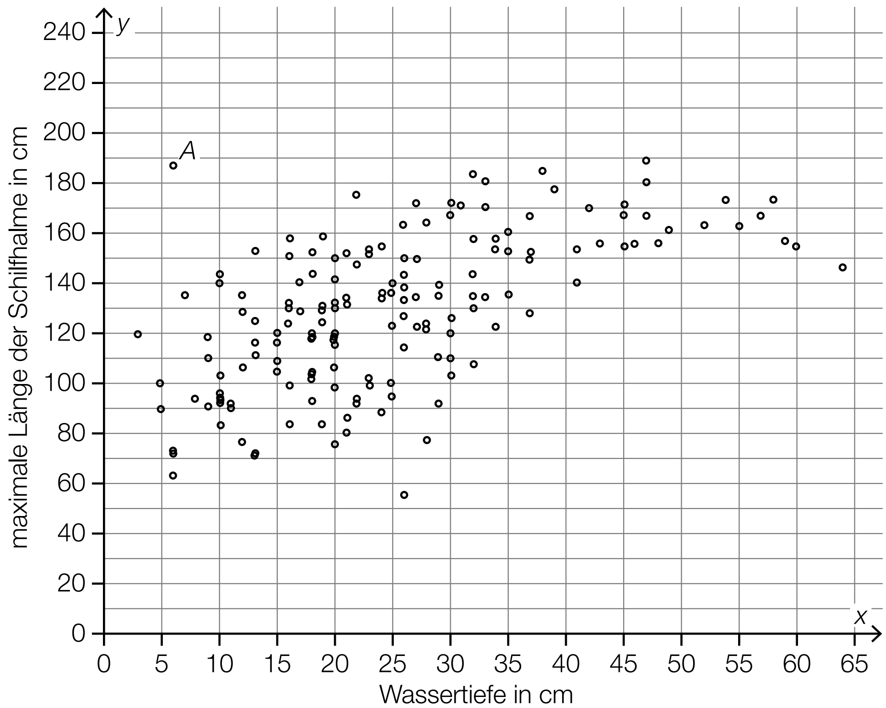
Schilf*

Schilf ist eine Pflanze, die häufig im Uferbereich von Gewässern vorkommt. Die röhrenförmigen Stängel werden als *Schilfhalme* bezeichnet.

a) An verschiedenen Standorten von Schilf wurden die Wassertiefe und die maximale Länge der Schilfhalme gemessen. Die Ergebnisse sind in der nachstehenden Abbildung als Punktwolke dargestellt.



Es wurde dazu folgende Regressionsgerade ermittelt:

$y = 1{,}4 \cdot x + 94$

1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung diese Regressionsgerade ein. *[0/1 P.]*

2) Kreuzen Sie diejenige Zahl an, die als Korrelationskoeffizient für den dargestellten Zusammenhang infrage kommt. *[1 aus 5]* *[0/1 P.]*

−0,4	☐
0	☐
0,6	☐
1	☐
1,4	☐

Um die Gleichung der Regressionsgeraden zu ermitteln, wird das arithmetische Mittel aller x-Koordinaten der Punkte berechnet.

In der obigen Abbildung sind 161 Punkte eingezeichnet, das arithmetische Mittel ihrer x-Koordinaten wird mit $\bar{x}$ bezeichnet.
Der mit A bezeichnete Punkt hat die x-Koordinate $x = 6$. Für eine weitere Analyse soll dieser Punkt entfernt werden. Es soll das arithmetische Mittel $\bar{x}_{\text{neu}}$ der x-Koordinaten aller verbliebenen 160 Punkte berechnet werden.

3) Stellen Sie mithilfe von $\bar{x}$ eine Formel zur Berechnung von $\bar{x}_{\text{neu}}$ auf.

$\bar{x}_{\text{neu}} =$ ______________________ *[0/1 P.]*

b) An einem bestimmten Standort ist der Durchmesser der Schilfhalme annähernd normalverteilt mit einem Erwartungswert von 4,3 cm. Ein Viertel dieser Schilfhalme hat einen Durchmesser von mehr als 5 cm.

1) Argumentieren Sie, dass ein Viertel dieser Schilfhalme einen Durchmesser von weniger als 3,6 cm hat. *[0/1 P.]*

2) Berechnen Sie die zugehörige Standardabweichung. *[0/1 P.]*

c) Die mit Schilf bewachsene Fläche im Uferbereich des Neusiedler Sees ist seit dem Jahr 1900 immer größer geworden.
Der Inhalt dieser Fläche kann näherungsweise durch die logistische Funktion S beschrieben werden.

$$S(t) = \frac{185}{1 + 1{,}15 \cdot 0{,}96^t}$$

t … Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 1900
$S(t)$ … Inhalt der zur Zeit t mit Schilf bewachsenen Fläche in km^2

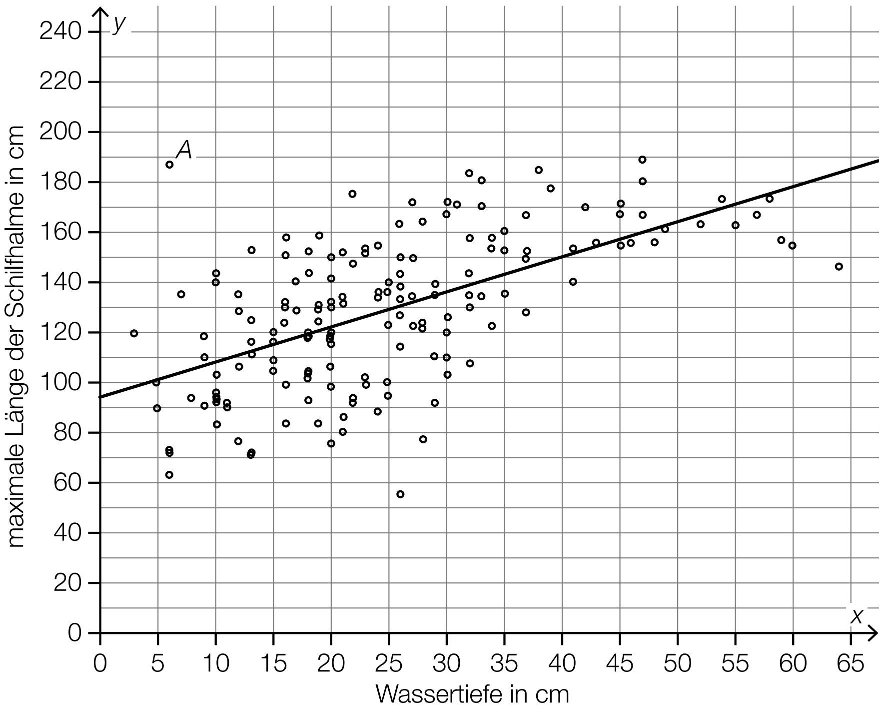
1) Vervollständigen Sie den nachstehenden Satz durch Eintragen der fehlenden Zahl.

Mit zunehmender Zeitdauer nähert sich der Inhalt der mit Schilf bewachsenen Fläche dem

Wert __________ km^2 beliebig nahe an. *[0/1 P.]*

Möglicher Lösungsweg

a1)



a2)

0,6	☒

a3) $\bar{x}_{\text{neu}} = \dfrac{161 \cdot \bar{x} - 6}{160}$

a1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen der Regressionsgeraden.
a2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.
a3) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.

b1) X ... Durchmesser in cm

Die Dichtefunktion der Normalverteilung ist symmetrisch um den Erwartungswert $\mu = 4{,}3$.
Daher gilt $P(X > \mu + 0{,}7) = P(X < \mu - 0{,}7)$, also $P(X > 5) = P(X < 3{,}6) = 0{,}25$.

b2) $P(X > 5) = 0{,}25$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$\sigma = 1{,}03...$ cm

b1) Ein Punkt für das richtige Argumentieren.
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Standardabweichung.

c1) Mit zunehmender Zeitdauer nähert sich der Inhalt der mit Schilf bewachsenen Fläche dem Wert 185 km^2 beliebig nahe an.

c1) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen des Satzes.