

Rohmilchproduktion*

Aufgabennummer: A_252

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

a) Im Jahr 1995 betrug die Rohmilchproduktion der Kühe in Österreich insgesamt 2,948 Millionen Tonnen, im Jahr 2013 betrug sie 3,393 Millionen Tonnen. Die jährliche absolute Zunahme der Rohmilchproduktion wird als konstant angenommen.

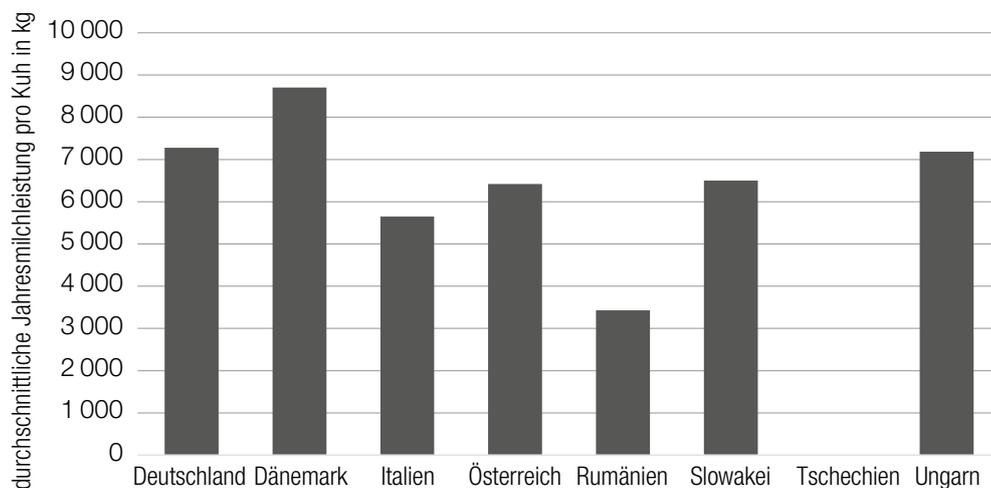
- Erstellen Sie eine Gleichung der Funktion f , die die Rohmilchproduktion in Abhängigkeit von der Zeit t beschreibt. Wählen Sie $t = 0$ für das Jahr 1995.
- Berechnen Sie mithilfe der Funktion f die voraussichtliche Rohmilchproduktion im Jahr 2017.

b) In der nachstehenden Tabelle ist die durchschnittliche Jahresmilchleistung pro Kuh in Kilogramm (kg) für einige ausgewählte europäische Länder im Jahr 2012 angegeben.

Land	durchschnittliche Jahresmilchleistung pro Kuh in kg
Deutschland	7 280
Dänemark	8 701
Italien	5 650
Österreich	6 418
Rumänien	3 429
Slowakei	6 501
Tschechien	7 705
Ungarn	7 184

– Ermitteln Sie, um wie viel Prozent die durchschnittliche Jahresmilchleistung pro Kuh in Dänemark höher als jene in Rumänien war.

Diese Daten sind, mit Ausnahme der durchschnittlichen Jahresmilchleistung pro Kuh in Tschechien, im nachstehenden Diagramm dargestellt.



– Zeichnen Sie im obigen Diagramm die fehlende Säule für Tschechien ein.

c) In Österreich produzierte Rohmilch enthält unmittelbar nach dem Melken durchschnittlich 20 000 Keime pro Milliliter (ml). Ein Modell geht davon aus, dass sich die Anzahl der Keime alle 25 Minuten verdoppelt.

– Argumentieren Sie, dass die unten angegebene Funktion N nicht diesem Modell entspricht.

$$N(t) = 20\,000 + 800 \cdot t$$

t ... Zeit nach dem Melken in min

$N(t)$... Anzahl der Keime pro ml zur Zeit t

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) Aufgrund der konstanten absoluten Zunahme handelt es sich um eine lineare Funktion.

$$k = \frac{3,393 - 2,948}{18} = 0,02472... \approx 0,0247$$

$$f(t) = 0,0247 \cdot t + 2,948$$

t ... Zeit in Jahren seit 1995

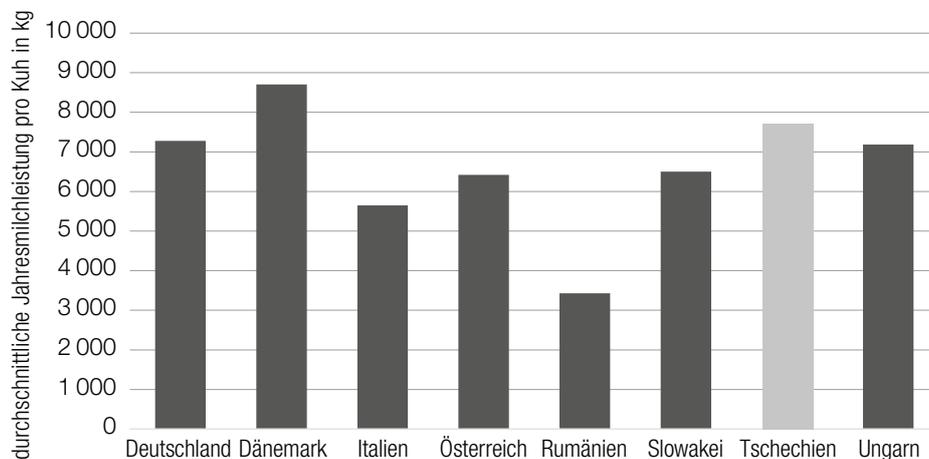
$f(t)$... jährliche Rohmilchproduktion zur Zeit t in Millionen Tonnen

$$f(22) = 3,4918...$$

Gemäß diesem Modell beträgt die voraussichtliche jährliche Rohmilchproduktion im Jahr 2017 in Österreich rund 3,492 Millionen Tonnen.

b) $\frac{8701 - 3429}{3429} = 1,53747... \approx 153,75 \%$

In Dänemark war die durchschnittliche Jahresmilchleistung pro Kuh im Jahr 2012 um rund 153,75 % höher als in Rumänien.



Toleranzbereich: Höhe der Säule klar erkennbar größer als 7500 kg und kleiner als 8000 kg eingezeichnet

c) Aus der Angabe der konstanten Verdoppelungszeit geht hervor, dass es sich um exponentielles Wachstum handelt, nicht um lineares. Deshalb ist N nicht zur Beschreibung geeignet.

oder:

rechnerische Überprüfung: z. B. $N(50) = 60\,000 \neq 20\,000 \cdot 4$

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für das richtige Erstellen einer Gleichung der Funktion f
1 × B: für die richtige Berechnung der jährlichen Rohmilchproduktion im Jahr 2017
- b) 1 × B: für das richtige Ermitteln des Prozentsatzes
1 × A: für das richtige Einzeichnen der fehlenden Säule (Höhe der Säule klar erkennbar größer als 7 500 kg und kleiner als 8 000 kg eingezeichnet)
- c) 1 × D: für die richtige Argumentation