

## Puddingmischungen\*

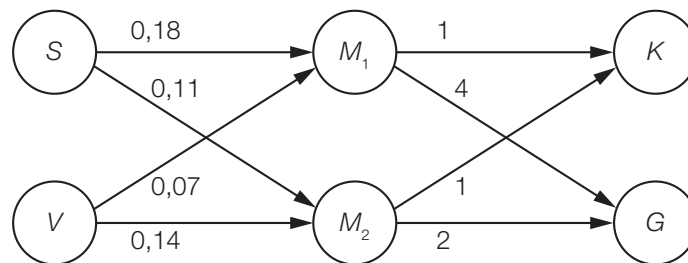
Aufgabennummer: B\_529

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Aus reinen Puddingsorten werden verschiedene Mischsorten produziert. Diese werden in verschiedenen Packungen verkauft. Der nachstehende Gozinto-Graph bildet diesen Produktionsprozess ab.



S ... reiner Schokoladepudding (in Litern)

V ... reiner Vanillepudding (in Litern)

$M_1$  ... Mischsorte 1: Schokoladepudding mit Vanille-Sprenkeln (in Bechern)

$M_2$  ... Mischsorte 2: Vanillepudding mit Schoko-Sprenkeln (in Bechern)

K ... Kleinpackungen (in Stück)

G ... Großpackungen (in Stück)

- a)
- 1) Ermitteln Sie den Prozentsatz an Schokoladepudding in einem Becher  $M_1$ .
  - 2) Übertragen Sie den Gozinto-Graphen in 2 Matrizen, die den Mengenbedarf an reinen Puddingsorten für die Mischsorten bzw. den Mengenbedarf an Mischsorten für die Packungen beschreiben.

Ein Supermarkt bestellt 300 Klein- und 200 Großpackungen.

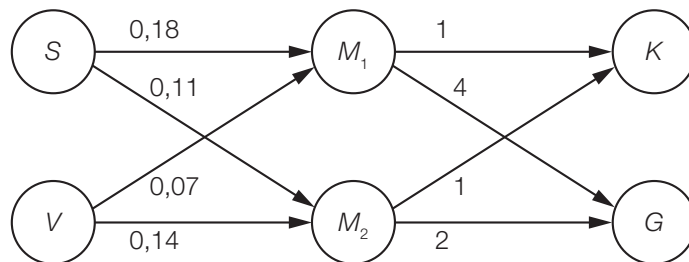
- 3) Ermitteln Sie die dafür jeweils benötigte Menge an Schokolade- und Vanillepudding in Litern.

- b) Der Produktionsablauf wird verändert. Die quadratische Matrix  $\mathbf{A}$  beschreibt die Produktionsverflechtungen zwischen den reinen Puddingsorten, den Mischsorten und den Packungen (in der Reihenfolge  $S, V, M_1, M_2, K, G$ ).

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0,18 & 0,11 & 0 & 0,50 \\ 0 & 0 & 0,07 & 0,14 & 0 & 0,25 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Neu dabei sind:  $a_{16} = 0,50$  und  $a_{26} = 0,25$ .

- 1) Zeichnen Sie diese beiden neuen Verflechtungen im nachstehenden Gozinto-Graphen ein.



Der Vektor  $\vec{x}$  soll die benötigten Mengen an reinen Puddingsorten, Mischsorten und Packungen (in der Reihenfolge  $S, V, M_1, M_2, K, G$ ) beschreiben.

- 2) Ermitteln Sie diesen Vektor  $\vec{x}$  für eine Nachfrage von 300 Klein- und 200 Großpackungen.

Für eine andere Nachfrage ergibt sich anstelle von  $\vec{x}$  der Vektor  $\vec{x}_1 = \begin{pmatrix} 461 \\ 264 \\ 1300 \\ 700 \\ 100 \\ 300 \end{pmatrix}$ .

- 3) Interpretieren Sie den Eintrag 700 dieses Vektors im gegebenen Sachzusammenhang.
- 4) Beschreiben Sie, wie sich eine zusätzliche direkte Nachfrage nach reinem Schokoladepudding im Ausmaß von 100 Litern auf den Vektor  $\vec{x}_1$  auswirkt.

c) Der Produktionsprozess wird auf andere Puddingsorten erweitert. Aus  $a$  reinen Puddingsorten werden  $b$  verschiedene Mischsorten produziert, die wiederum in  $c$  verschiedenen Packungsgrößen abgepackt werden. Die quadratische Matrix  $\mathbf{B}$  beschreibt die Produktionsverflechtungen zwischen den reinen Puddingsorten, den Mischsorten und den Packungen.

1) Ordnen Sie den beiden Eigenschaften von  $\mathbf{B}$  jeweils die zutreffende Berechnung aus A bis D zu.

Anzahl der Matrixelemente von $\mathbf{B}$	
Anzahl der Zeilen von $\mathbf{B}$	

A	$a \cdot b \cdot c$
B	$a + b + c$
C	$(a + b + c) \cdot 2$
D	$(a + b + c)^2$

## Möglicher Lösungsweg

a1)  $\frac{0,18}{0,18 + 0,07} = 0,72$

In einem Becher  $M_1$  sind 72 % Schokoladepudding enthalten.

a2) Matrix für den Mengenbedarf an reinen Puddingsorten für die Mischsorten:

$$\begin{pmatrix} 0,18 & 0,11 \\ 0,07 & 0,14 \end{pmatrix}$$

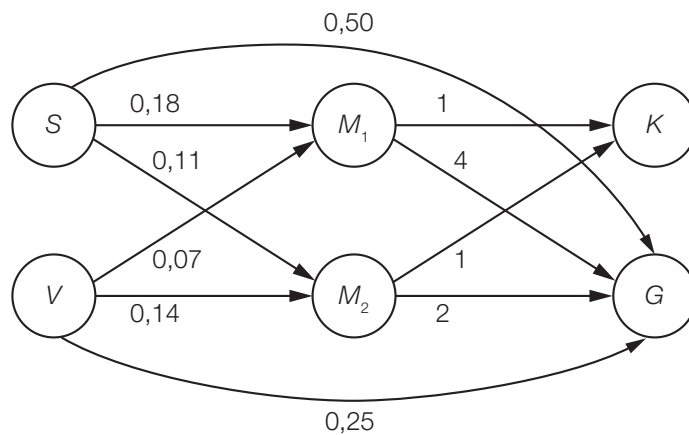
Matrix für den Mengenbedarf an Mischsorten für die Packungen:

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

a3)  $\begin{pmatrix} 0,18 & 0,11 \\ 0,07 & 0,14 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 300 \\ 200 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 275 \\ 175 \end{pmatrix}$

Für diese Bestellung werden 275 L Schokoladepudding und 175 L Vanillepudding benötigt.

b1)



b2)  $\vec{x} = (\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 300 \\ 200 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 375 \\ 225 \\ 1100 \\ 700 \\ 300 \\ 200 \end{pmatrix}$

b3) Für diese Nachfrage werden 700 Becher  $M_2$  benötigt.

b4) Zum 1. Eintrag des Vektors  $\vec{x}_1$  wird 100 addiert.

c1)

Anzahl der Matrixelemente von <b>B</b>	D
Anzahl der Zeilen von <b>B</b>	B

A	$a \cdot b \cdot c$
B	$a + b + c$
C	$(a + b + c) \cdot 2$
D	$(a + b + c)^2$

## Lösungsschlüssel

- a1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Prozentsatzes.
- a2) Ein Punkt für das richtige Übertragen des Gozinto-Graphen in 2 Matrizen.
- a3) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der jeweils benötigten Menge in Litern.
- b1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen der beiden neuen Verflechtungen.
- b2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Vektors  $\vec{x}$ .
- b3) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.
- b4) Ein Punkt für das richtige Beschreiben.
- c1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.