

## Parfumherstellung

In einem Betrieb wird Parfum hergestellt.

- a) Die Gesamtkosten für die Produktion des Parfums *Desert* können durch die ertragsgesetzliche Kostenfunktion  $K$  beschrieben werden. Für die zugehörige Grenzkostenfunktion  $K'$  gilt:

$$K'(x) = 0,15 \cdot x^2 - 6 \cdot x + c \quad \text{mit } x \geq 0$$

$x$  ... Produktionsmenge in ME

$K'(x)$  ... Grenzkosten bei der Produktionsmenge  $x$  in GE/ME

$c$  ... Parameter

- 1) Ermitteln Sie, für welche Produktionsmengen ein progressiver Kostenverlauf vorliegt.

[0/1 P.]

Bei ertragsgesetzlichen Kostenfunktionen gilt folgende Bedingung:

Die Grenzkostenfunktion muss im gesamten Definitionsbereich positiv sein.

- 2) Weisen Sie nach, dass diese Bedingung nur für  $c > 60$  erfüllt ist.

[0/1 P.]

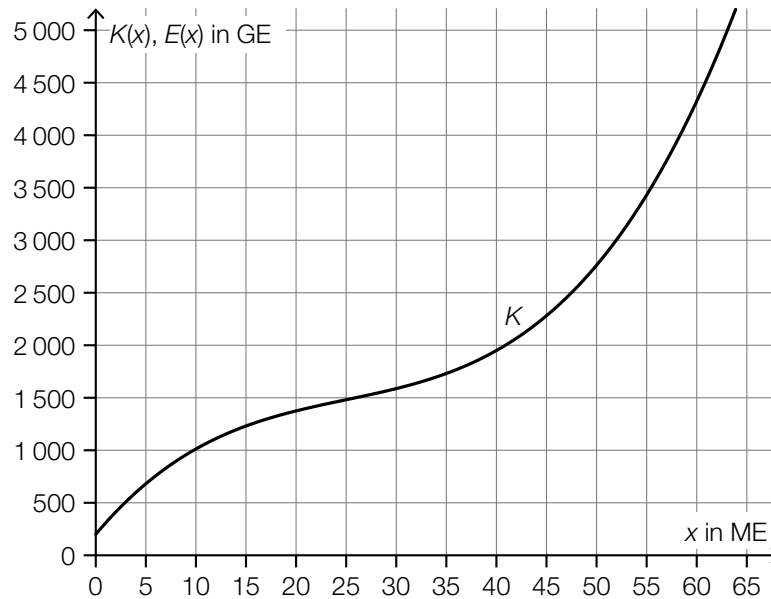
Die Fixkosten bei der Produktion dieses Parfums betragen 250 GE.

Es gilt:  $c = 80$

- 3) Stellen Sie eine Gleichung der zugehörigen Kostenfunktion  $K$  auf.

[0/1 P.]

- b) In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Gesamtkostenfunktion  $K$  für die Produktion des Parfums *Sunrise* dargestellt. Der Verkaufspreis dieses Parfums beträgt 75 GE/ME.



- 1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung den Graphen der Erlösfunktion  $E$  ein. [0/1 P.]  
2) Lesen Sie aus der obigen Abbildung den Gewinnbereich ab.

[ \_\_\_\_\_ ; \_\_\_\_\_ ] (in ME) [0/1 P.]

- c) Für die Gewinnfunktion  $G$  für die Produktion des Parfums *Moonlight* gilt:

$$G(x) = -0,05 \cdot x^3 + 2,4 \cdot x^2 - 9 \cdot x - 180$$

$x$  ... Absatzmenge in ME

$G(x)$  ... Gewinn bei der Absatzmenge  $x$  in GE

- 1) Berechnen Sie den durchschnittlichen Gewinn pro ME, der bei einem Absatz von 25 ME erzielt wird. [0/1 P.]  
2) Berechnen Sie den maximalen Gewinn. [0/1 P.]

## Möglicher Lösungsweg

a1)  $K''(x) = 0,3 \cdot x - 6$   
 $K''(x) = 0$  oder  $0,3 \cdot x - 6 = 0$   
 $x = 20$

Für  $x > 20$  liegt ein progressiver Kostenverlauf vor.

a2)  $0,15 \cdot x^2 - 6 \cdot x + c = 0$   
 $x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 0,15 \cdot c}}{2 \cdot 0,15}$

Der Ausdruck unter der Wurzel muss kleiner als null sein:

$$36 - 4 \cdot 0,15 \cdot c < 0$$

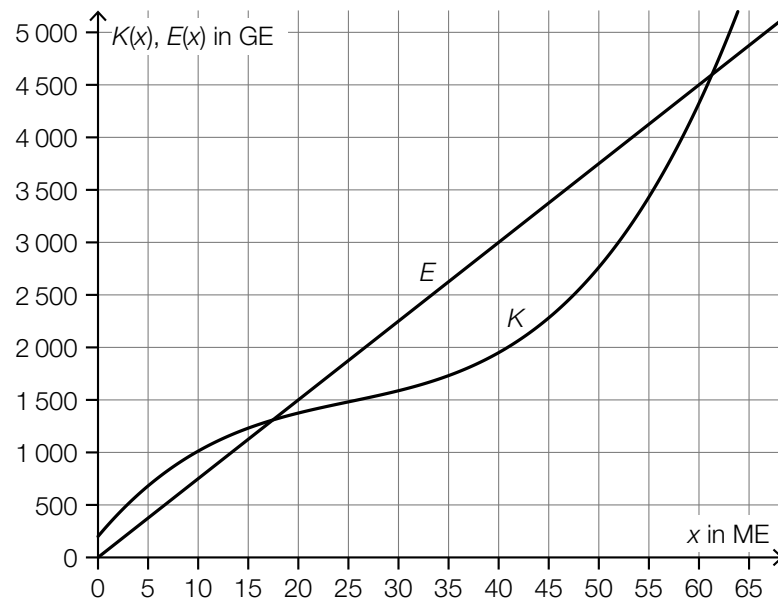
$$c > 60$$

*Auch ein Nachweis, dass  $K'(20) = 0$  für  $c = 60$  gilt, ist im Hinblick auf die Punktevergabe ausreichend.*

a3)  $\int (0,15 \cdot x^2 - 6 \cdot x + 80) dx = 0,05 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 80 \cdot x + F$   
 $F = 250$   
 $K(x) = 0,05 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 80 \cdot x + 250$

- a1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Produktionsmengen mit einem progressiven Kostenverlauf.  
a2) Ein Punkt für das richtige Nachweisen.  
a3) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der Kostenfunktion  $K$ .

b1)



b2) [17; 61] (in ME)

*Toleranzbereich untere Grenze: [15; 19]*

*Toleranzbereich obere Grenze: [59; 63]*

b1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Graphen der Erlösfunktion  $E$ .

b2) Ein Punkt für das Ablesen des richtigen Gewinnbereichs.

c1)  $G(25) = 313,75$

$$\frac{313,75}{25} = 12,55$$

Bei einem Absatz von 25 ME beträgt der durchschnittliche Gewinn 12,55 GE/ME.

c2)  $G'(x) = -0,15 \cdot x^2 + 4,8 \cdot x - 9$

$$G'(x) = 0 \quad \text{oder} \quad -0,15 \cdot x^2 + 4,8 \cdot x - 9 = 0$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$x_1 = 2 \quad x_2 = 30$$

$$(G(2) = -188,8)$$

$$G(30) = 360$$

Der maximale Gewinn beträgt 360 GE.

c1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des durchschnittlichen Gewinns.

c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des maximalen Gewinns.