

# Papierproduzent\*

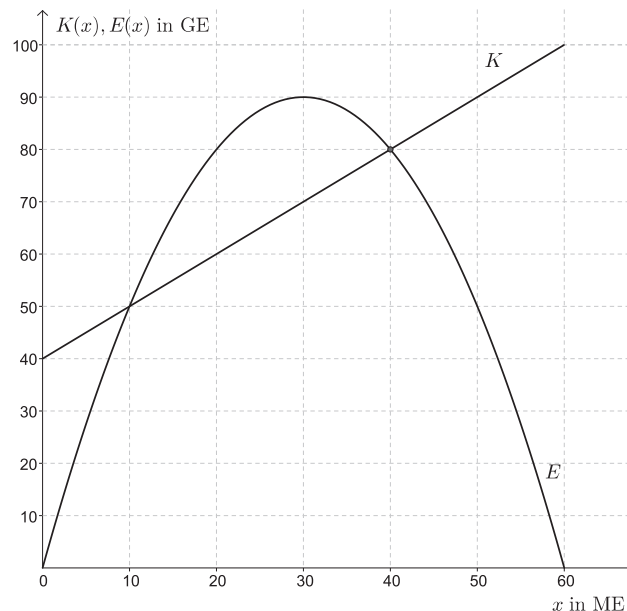
Aufgabennummer: B\_281

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Ein Papierproduzent stellt als Monopolist hochwertiges Urkundenpapier her. Die Kostenfunktion  $K$  für die Herstellung und die Erlösfunktion  $E$  für den Absatz dieses Produkts sind in der nachstehenden Grafik dargestellt.



- a) – Stellen Sie die Funktionsgleichung dieser Kostenfunktion  $K$  auf.  
 – Argumentieren Sie, welches Vorzeichen der Koeffizient  $a$  dieser Erlösfunktion  $E$  mit  $E(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x$  haben muss.
- b) Das Verhalten der Erlösfunktion soll für die nachgefragte Menge 40 ME untersucht werden.  
 – Zeichnen Sie in der obigen Grafik die Tangente an den Graphen der Erlösfunktion  $E$  an der Stelle  $x = 40$  ein.  
 – Lesen Sie die Steigung dieser Tangente ab.  
 – Interpretieren Sie die Steigung dieser Tangente im Sachzusammenhang.
- c) Für die Stelle des Gewinnmaximums gilt, dass die Grenzkosten gleich dem Grenzerlös sind.  
 – Begründen Sie diese Aussage.

*Hinweis zur Aufgabe:*

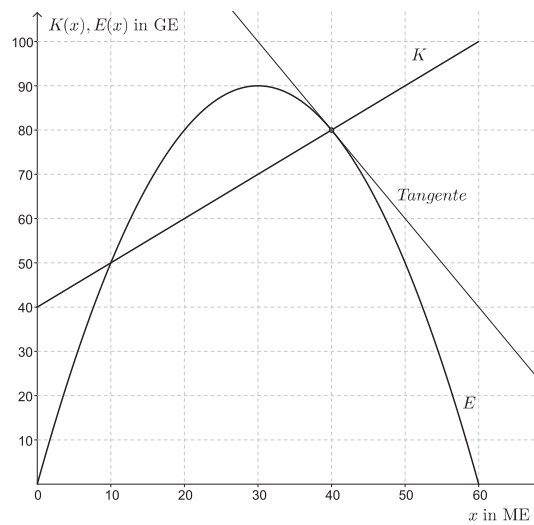
*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.*

## Möglicher Lösungsweg

a) Kostenfunktion:  $K(x) = x + 40$

Erlösfunktion: Der Koeffizient  $a$  muss negativ sein, weil der Funktionsgraph der Erlösfunktion eine nach unten geöffnete Parabel ist.

b)



Steigung der Tangente:  $k = -2$

Toleranzbereich:  $[-2,5; -1,5]$

Wird die Absatzmenge um 1 ME erhöht, sinkt der Erlös näherungsweise um 2 GE.

c)  $G(x) = E(x) - K(x)$

An der Stelle des Gewinnmaximums gilt:  $G'(x) = 0$ .

$G'(x) = 0 = E'(x) - K'(x)$

Also:  $E'(x) = K'(x)$ .

## Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für das richtige Aufstellen der Funktionsgleichung  
1 × D: für die richtige Argumentation zum Vorzeichen des Koeffizienten  $a$
- b) 1 × A: für das richtige Einzeichnen der Tangente  
1 × C1: für das richtige Ablesen der Steigung der Tangente im Toleranzbereich  $[-2,5; -1,5]$   
1 × C2: für die richtige Interpretation der Steigung der Tangente im Sachzusammenhang
- c) 1 × D: für die richtige Begründung