

Ortsumfahrung

Aufgabennummer: A_013

Technologieeinsatz:

möglich

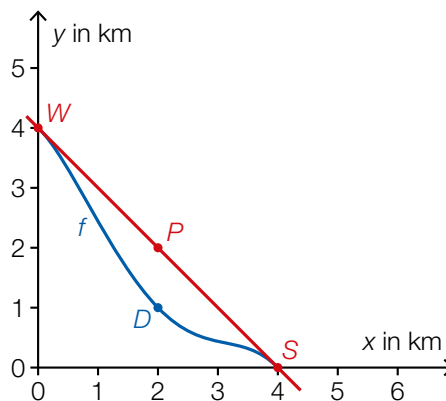
erforderlich

Eine große Ortschaft $P = (2|2)$ liegt auf einer geraden Straße zwischen den Dörfern $W = (0|4)$ und $S = (4|0)$. Es soll um die Ortschaft P eine Umfahrungsstraße gebaut werden, die über den Punkt $D = (2|1)$ führt und bei W bzw. S wieder in die gerade Straße einmündet. Die Koordinatenwerte sind in Kilometern angegeben.

a) Eine Umfahrungsstraße, die durch die Funktion

$$f(x) = -0,0625 \cdot x^4 + 0,5 \cdot x^3 - x^2 - x + 4$$

beschrieben werden kann, hat den Vorteil, dass sie in den Punkten S und W tangential in die ursprüngliche Straße einmündet.



– Zeigen Sie durch Berechnung, dass die Gerade durch die Punkte S und W in diesen beiden Punkten eine Tangente an die Funktion f ist.

b) Eine Umfahrungsvariante soll im Definitionsbereich $0 \leq x \leq 4$ durch eine quadratische Funktion h beschrieben werden, die die Punkte W , D und S enthält.

– Stellen Sie eine Gleichung der Funktion h auf.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) Anstieg der Geraden g durch S und W : $k = \frac{\Delta y}{\Delta x}$, $k = -1$

Gleichung der Geraden: $g(x) = -x + 4$

Die Steigungen (der Tangenten) von f in den Punkten W ($x = 0$) und S ($x = 4$) erhält man über die 1. Ableitung:

$$f'(x) = -0,25 \cdot x^3 + 1,5 \cdot x^2 - 2 \cdot x - 1$$

$$f'(0) = -1 \text{ und } f'(4) = -1$$

Der Anstieg ist in beiden Punkten gleich, nämlich $k = -1$.

Die Punkte $(0|4)$ und $(4|0)$ liegen auf den Graphen von f und g , daher gilt:

Die Tangente in beiden Punkten hat die Gleichung $y = -x + 4$ und dies entspricht der Geraden $g(x)$, die die alte Straßenführung beschreibt.

b) $h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

$$h(0) = 4 \Rightarrow c = 4$$

$$h(4) = 0 \Rightarrow 16 \cdot a + 4 \cdot b + 4 = 0$$

$$h(2) = 1 \Rightarrow 4 \cdot a + 2 \cdot b + 4 = 1$$

Lösen des Gleichungssystems:

$$a = 0,25, \quad b = -2, \quad c = 4$$

$$h(x) = 0,25 \cdot x^2 - 2 \cdot x + 4$$

Klassifikation

Teil A Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge

Nebeninhaltsdimension:

- a) 4 Analysis
- b) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) A Modellieren und Transferieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) D Argumentieren und Kommunizieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 2

Thema: Verkehr

Quellen: —