

## Niedrigzinsphase

Infolge der Finanzmarktkrise 2008 entstand eine über Jahre andauernde Phase niedriger Zinsen.

- a) Für einen Kredit mit jährlich nachschüssigen Annuitäten in Höhe von je € 12.000 wurde in der Zeit vor der Niedrigzinsphase ein fixer Jahreszinssatz  $i$  vereinbart.

Die Zeile des Tilgungsplans für das Jahr 7 ist gegeben:

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
7	€ 3.628,87	€ 8.371,13	€ 12.000,00	€ 78.030,55

- 1) Berechnen Sie den Jahreszinssatz  $i$ . [0/1 P.]  
2) Berechnen Sie die Höhe des Kredits. [0/1 P.]

Nach dem Jahr 7 wird mit der Bank über einen neuen Zinssatz verhandelt. Mit dem ursprünglichen Zinssatz ergibt sich im Tilgungsplan folgende Zeile für das Jahr 8:

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
8	$Z_8$	$T_8$	€ 12.000,00	$K_8$

Mit dem neuen, niedrigeren Zinssatz ergibt sich im Tilgungsplan folgende Zeile für das Jahr 8:

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
8	$Z_{\text{neu}}$	$T_{\text{neu}}$	€ 12.000,00	$K_{\text{neu}}$

Diese beiden Zeilen für das Jahr 8 werden verglichen.

- 3) Tragen Sie jeweils das richtige Zeichen („<“ oder „>“) ein.

$$Z_{\text{neu}} \text{ \_\_\_\_\_\_ } Z_8 \quad T_{\text{neu}} \text{ \_\_\_\_\_\_ } T_8 \quad K_{\text{neu}} \text{ \_\_\_\_\_\_ } K_8 \quad \text{[0/1 P.]}$$

b) Bei Tilgungsplänen können verschiedene Sonderfälle auftreten.

- 1) Ordnen Sie den beiden Satzanfängen jeweils eine Fortsetzung aus A bis D so zu, dass zutreffende Aussagen entstehen. [0/1 P.]

Wenn der Tilgungsanteil in einem bestimmten Jahr gleich 0 ist,	
Wenn der Tilgungsanteil in einem bestimmten Jahr negativ ist,	

A	so wird die Restschuld in diesem Jahr vollständig beglichen.
B	so ist die Restschuld in diesem Jahr niedriger als im vorhergehenden Jahr.
C	so werden in diesem Jahr nur die anfallenden Zinsen beglichen.
D	so wird in diesem Jahr weniger als die anfallenden Zinsen zurückgezahlt.

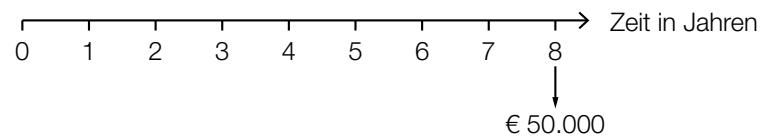
- c) In 8 Jahren sollen € 50.000 angespart werden. Die nachstehende Gleichung beschreibt den Ansparplan für einen positiven Jahreszinssatz.

$$R \cdot \frac{q^3 - 1}{q - 1} \cdot q^5 + 20\,000 \cdot q^2 = 50\,000$$

$R$  ... Rate

$q$  ... jährlicher Aufzinsungsfaktor

- 1) Tragen Sie alle Raten  $R$  und den Betrag in Höhe von € 20.000 auf der nachstehenden Zeitachse ein. [0/1/2 P.]



- 2) Berechnen Sie die Höhe der Rate  $R$  für den Fall, dass der Zinssatz 0 % p. a. ist. [0/1 P.]

- d) Die Europäische Zentralbank legt einen sogenannten *Leitzinssatz* fest. Seit der Finanzmarktkrise 2008 ist der Leitzinssatz gesunken (siehe nachstehende Tabelle):

Zeit ab 1.1.2008 in Jahren	0	1	2	3	4	5	6	7
Leitzinssatz in Prozent	4,00	2,50	1,00	1,00	1,00	0,75	0,25	0,05

Datenquelle: <https://www.finanzen.net/leitzins/@historisch> [21.10.2020].

Die zeitliche Entwicklung des Leitzinssatzes soll mithilfe von exponentieller Regression durch die Funktion  $L$  modelliert werden.

$$L(t) = a \cdot b^t$$

$t$  ... Zeit ab 1.1.2008 in Jahren

$L(t)$  ... Leitzinssatz zur Zeit  $t$  in Prozent

- 1) Stellen Sie mithilfe der Regressionsrechnung eine Gleichung der Funktion  $L$  auf. [0/1 P.]
- 2) Ermitteln Sie den Zeitraum, in dem sich der Leitzinssatz gemäß der Funktion  $L$  jeweils halbiert. [0/1 P.]

## Möglicher Lösungsweg

a1)  $K_6 = 78030,55 + 8371,13 = 86401,68$

$$i = \frac{3628,87}{86401,68} = 0,0419\dots$$

Der Zinssatz beträgt rund 4,2 % p. a.

a2)  $K_0 \cdot 1,042^7 = 12000 \cdot \frac{1,042^7 - 1}{0,042} + 78030,55$

$$K_0 = 130000,001\dots$$

Die Höhe des Kredits betrug € 130.000.

a3)  $Z_{\text{neu}} < Z_8 \quad T_{\text{neu}} > T_8 \quad K_{\text{neu}} < K_8$

a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Jahreszinssatzes  $i$ .

a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Höhe des Kredits.

a3) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Zeichen.

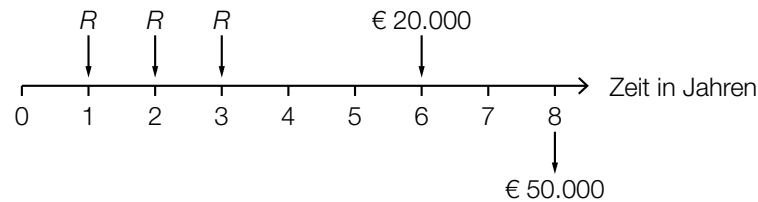
b1)

Wenn der Tilgungsanteil in einem bestimmten Jahr gleich 0 ist,	C
Wenn der Tilgungsanteil in einem bestimmten Jahr negativ ist,	D

A	so wird die Restschuld in diesem Jahr vollständig beglichen.
B	so ist die Restschuld in diesem Jahr niedriger als im vorhergehenden Jahr.
C	so werden in diesem Jahr nur die anfallenden Zinsen beglichen.
D	so wird in diesem Jahr weniger als die anfallenden Zinsen zurückgezahlt.

b1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

c1)



c2)  $R \cdot 3 + 20\,000 = 50\,000$

$R = € 10.000$

- c1) Ein Punkt für das richtige Eintragen der Raten.  
Ein Punkt für das richtige Eintragen des Betrags in Höhe von € 20.000.  
c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen von  $R$ .

d1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$L(t) = 4,472 \cdot 0,599^t$  (Parameter gerundet)

d2)  $0,5 = 0,599^t$

$t = \frac{\ln(0,5)}{\ln(0,599)} = 1,352\dots$

Der Leitzinssatz halbiert sich gemäß der Funktion  $L$  jeweils in einem Zeitraum von rund 1,35 Jahren.

- d1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der Funktion  $L$ .  
d2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Zeitraums.