Minirampe

Ein Unternehmen, das Skate-Parks errichtet, plant eine neue Minirampe.

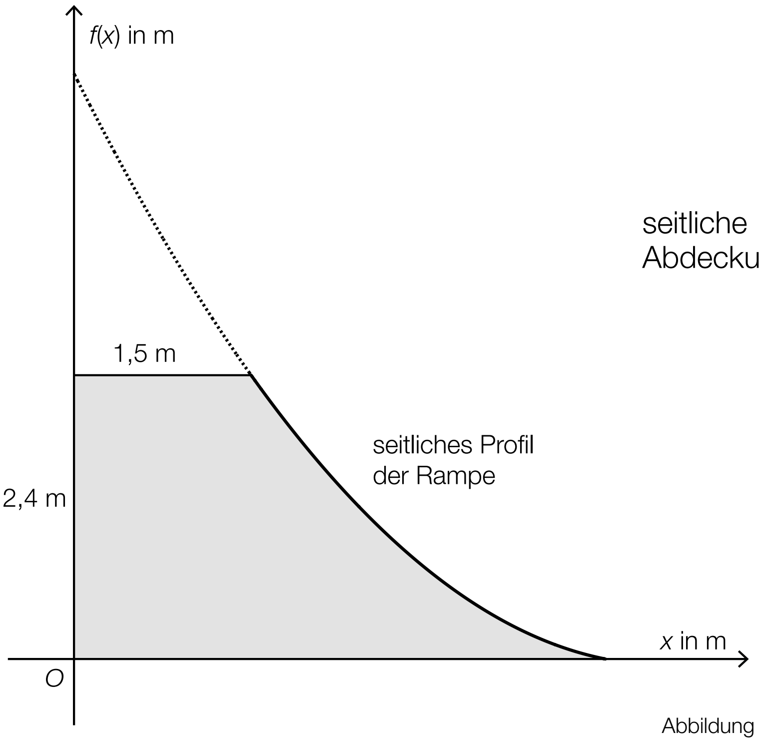

Abbildung 1

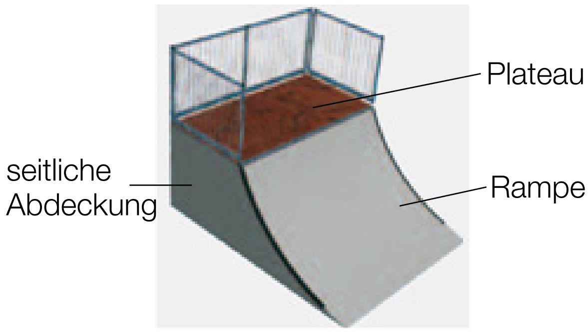

Abbildung 2

a) Das seitliche Profil der Rampe kann durch eine Parabel 2. Ordnung modelliert werden:

$f(x) = 0{,}2 \cdot x^2 - 2 \cdot x + 4{,}95$ mit $1{,}5 \leq x \leq 4{,}5$

x … waagrechte Entfernung in Metern (m)
$f(x)$ … Höhe der Rampe in der Entfernung x in m

1) Berechnen Sie den Inhalt der Querschnittsfläche einer seitlichen Abdeckung. Entnehmen Sie die dazu notwendigen Werte der Abbildung 1.

2) Zeigen Sie, dass die gegebene Parabel 2. Ordnung beim Übergang zum Boden keine waagrechte Tangente aufweist.

b) Auf Kundenwunsch wird eine höhere Rampe errichtet, deren seitliches Profil wieder durch eine quadratische Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ beschrieben werden kann.

Höhe der Rampe: 3 m
Tiefe des Plateaus: 1,5 m
Gefälle an der Rampenkante: 100 %
Bodenlänge der Rampe: 6,5 m

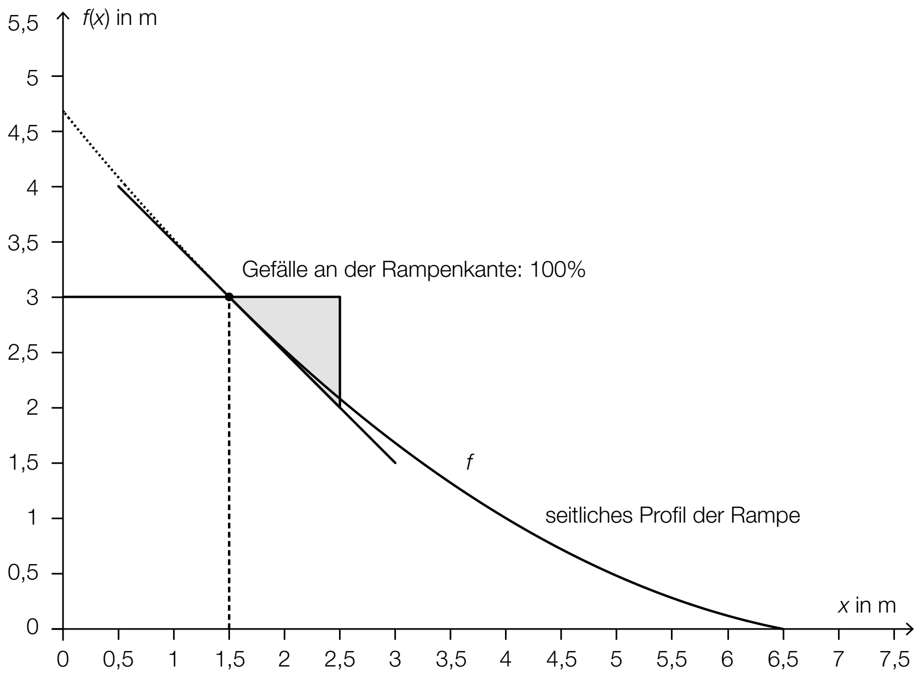

Abbildung 3

1) Erstellen Sie mit den gegebenen Angaben ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten dieser quadratischen Funktion.

Möglicher Lösungsweg

a1) Schnittpunkt der Parabel mit der x-Achse: $N = (4{,}5\,|\,0)$

$A_1 = a \cdot b = 2{,}4 \cdot 1{,}5 = 3{,}6$
$A_2 = \int_{1{,}5}^{4{,}5} f(x)\,\mathrm{d}x = 2{,}7$
$A = A_1 + A_2 = 3{,}6 + 2{,}7 = 6{,}3$

Die Querschnittsfläche einer seitlichen Abdeckung beträgt rund 6,3 m².

a2) Eine Parabel 2. Ordnung hat nur ein lokales Extremum.
Berechnung des Tiefpunkts: $T = (5|-0{,}05)$
Nur im Tiefpunkt ist die Tangente waagrecht.

weitere Varianten: grafische Lösung oder Steigung in der Nullstelle berechnen

b1) I: $f(1{,}5) = 3$ I: $2{,}25 \cdot a + 1{,}5 \cdot b + c = 3$
II: $f(6{,}5) = 0$ bzw. II: $42{,}25 \cdot a + 6{,}5 \cdot b + c = 0$
III: $f'(1{,}5) = -1$ III: $3 \cdot a + b = -1$