Mehl*

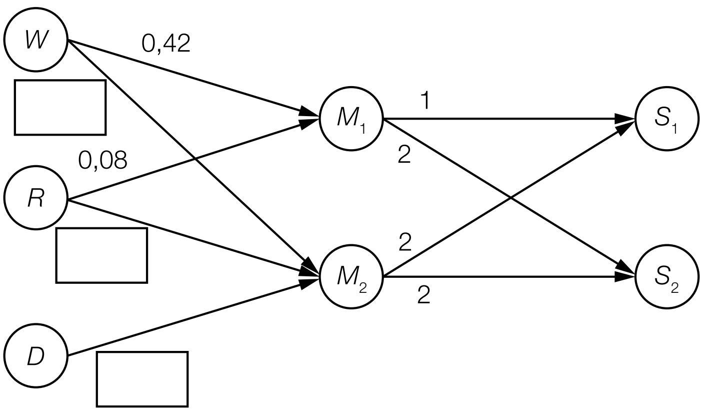
Ein Unternehmen stellt Mehlmischungen zum Brotbacken her.

Aus Mehl der Sorten Weizenmehl (W), Roggenmehl (R) und Dinkelmehl (D) werden Mehlmischungen für Mischbrot (M_1) und für Brötchen (M_2) hergestellt. Die Mehlmischungen werden zu den Backsets S_1 und S_2 zusammengestellt und verkauft.

Die nachstehende quadratische Matrix $\boldsymbol{A}$ beschreibt die Produktionsverflechtungen zwischen dem Mehl (nach Sorte) in kg, den Mehlmischungen in Stück und den Backsets in Stück (in der Reihenfolge W, R, D, M_1, M_2, S_1, S_2).

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0{,}42 & 0{,}36 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}08 & 0{,}06 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}08 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Im nachstehenden Gozinto-Graphen ist die durch die obige Matrix $\boldsymbol{A}$ beschriebene Verflechtung dargestellt.



1) Tragen Sie die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein. *[0/1 P.]*

2) Ermitteln Sie, wie viel kg Mehl insgesamt in einem Backset S_2 enthalten sind. *[0/1 P.]*

Ausgehend vom obigen Gozinto-Graphen wird die Matrix $\boldsymbol{P}$ berechnet:

$$\boldsymbol{P} = \begin{pmatrix} 0{,}42 & 0{,}36 \\ 0{,}08 & 0{,}06 \\ 0 & 0{,}08 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1{,}14 & 1{,}56 \\ 0{,}2 & 0{,}28 \\ 0{,}16 & 0{,}16 \end{pmatrix}$$

3) Interpretieren Sie das Element p_{12} der Matrix $\boldsymbol{P}$ im gegebenen Sachzusammenhang.
Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an. *[0/1 P.]*

b) Der Vektor $\vec{n}$ beschreibt die Nachfrage nach Mehl (nach Sorte), Mehlmischungen und Backsets.

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 800 \\ 550 \\ 100 \\ 0 \\ 0 \\ 30 \\ 45 \end{pmatrix}$$

Der Vektor $\vec{x}$ beschreibt die für diese Nachfrage benötigten Mengen an Mehl (nach Sorte), Mehlmischungen und Backsets.

1) Berechnen Sie den Vektor $\vec{x}$. *[0/1 P.]*

c) Die Mehlmischungen werden in Packungen abgefüllt. Die Masse einer Packung wird durch die normalverteilte Zufallsvariable X mit der Standardabweichung $\sigma = 4$ g modelliert.

Die Masse von 1 % aller Packungen beträgt höchstens 500 g.

1) Berechnen Sie den Erwartungswert μ. *[0/1 P.]*

Einige Jahre später wird festgestellt, dass sich die Standardabweichung vergrößert hat, der Erwartungswert aber gleich geblieben ist.

2) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht. *[0/½/1 P.]*

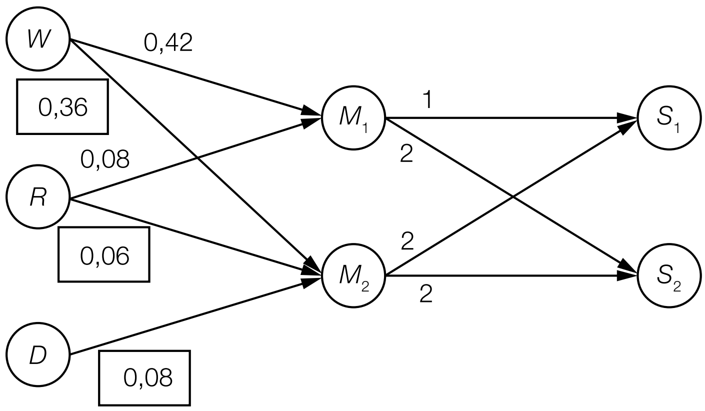
Dadurch wird die Stelle des Maximums des Graphen der Dichtefunktion entlang der horizontalen Achse ___①___ verschoben und der Graph der Dichtefunktion wird ___②___.

①	
nach links	☐
nach rechts	☐
nicht	☐

②	
breiter und niedriger	☐
breiter und bleibt gleich hoch	☐
breiter und höher	☐

Möglicher Lösungsweg

a1)



a2) Mehlmischung M_1: 0,42 + 0,08 = 0,5
Mehlmischung M_2: 0,36 + 0,06 + 0,08 = 0,5
Backset S_2: $2 \cdot 0{,}5 + 2 \cdot 0{,}5 = 2$

In einem Backset S_2 sind insgesamt 2 kg Mehl enthalten.

a3) In einem Backset S_2 sind 1,56 kg Weizenmehl enthalten.

oder:

p_{12} gibt die Menge an Weizenmehl in einem Backset S_2 in kg an.

a1) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Zahlen.
a2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Mehlmenge in einem Backset S_2.
a3) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang unter Angabe der zugehörigen Einheit.

b1) $\vec{\boldsymbol{x}} = (\boldsymbol{E} - \boldsymbol{A})^{-1} \cdot \vec{\boldsymbol{n}}$

$$\vec{\boldsymbol{x}} = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0{,}42 & 0{,}36 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}08 & 0{,}06 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}08 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right)^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 800 \\ 550 \\ 100 \\ 0 \\ 0 \\ 30 \\ 45 \end{pmatrix}$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$\vec{\boldsymbol{x}} = \begin{pmatrix} 904{,}4 \\ 568{,}6 \\ 112 \\ 120 \\ 150 \\ 30 \\ 45 \end{pmatrix}$$

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Vektors $\vec{\boldsymbol{x}}$.

c1) $P(X \leq 500) = 0{,}01$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$\mu = 509{,}30...$ g

c2)

①	
nicht	☒

②	
breiter und niedriger	☒

c1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Erwartungswerts μ.
c2) Ein halber Punkt für das Ankreuzen des ersten richtigen Satzteils, ein halber Punkt für das Ankreuzen des zweiten richtigen Satzteils.