

# Leistungskurve\*

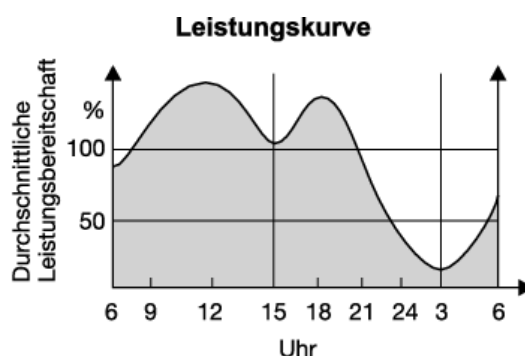
Aufgabennummer: A\_108

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Die *Leistungskurve*, auch *Arbeitskurve* genannt, ist die Darstellung der Arbeitsleistung einer Arbeitnehmerin/eines Arbeitnehmers in Abhängigkeit von der Tageszeit unter Berücksichtigung seiner Durchschnittsleistung (100 Prozent). Auf einer Webseite findet man folgende Grafik:



Quelle: <http://wirtschaftslexikon.gabler.de/Archiv/85252/leistungskurve-v9.html> [30.05.2014]

- a) – Lesen Sie ab, in welchen Zeitintervallen die Leistungsbereitschaft abnimmt.
- b) – Skizzieren Sie den Graphen der 1. Ableitungsfunktion der Leistungsbereitschaft im Zeitintervall von 15 Uhr bis 3 Uhr. Achten Sie dabei auf ein korrektes Einzeichnen der Extremstellen und des Monotonieverhaltens.
- c) Um 9 Uhr beträgt die Leistungsbereitschaft einer Arbeitnehmerin 110 %. Um 12 Uhr beträgt sie 140 %. Im Zeitintervall von 12 Uhr bis 14 Uhr beträgt die mittlere Änderungsrate der Leistungsbereitschaft  $-12$  % pro Stunde.
- Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate der Leistungsbereitschaft im Zeitintervall von 9 Uhr bis 12 Uhr.
- Berechnen Sie die Leistungsbereitschaft um 14 Uhr.
- d) Die Leistungsbereitschaft eines Arbeitnehmers kann im Zeitintervall von 0 Uhr bis 6 Uhr durch die Funktion  $f$  beschrieben werden. Dabei gilt:

$$f(t) = \frac{10}{3} \cdot t^2 - 20 \cdot t + 40$$

$t$  ... Zeit in Stunden,  $0 \leq t \leq 6$

$f(t)$  ... Leistungsbereitschaft zur Zeit  $t$  in Prozent

- Berechnen Sie die 1. Ableitung der Leistungsbereitschaft um 2:30 Uhr.
- Erklären Sie die Bedeutung der 1. Ableitung im Sachzusammenhang.

*Hinweis zur Aufgabe:*

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

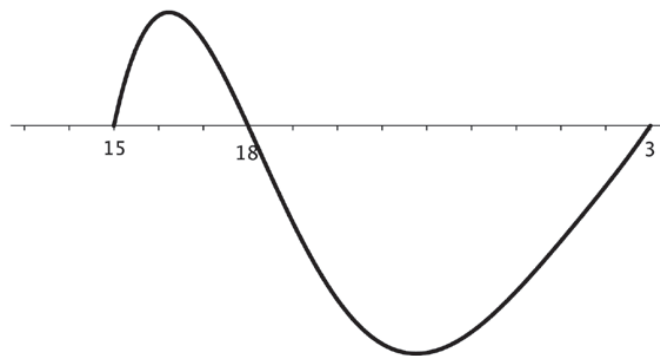
## Möglicher Lösungsweg

- a) Eine Abnahme der Leistungsbereitschaft liegt im Zeitintervall von ca. 12 Uhr bis ca. 15 Uhr sowie im Zeitintervall von ca. 18 Uhr bis ca. 3 Uhr vor.

*Toleranzintervall:  $\pm 0,5$  h*

- b) Jede Skizze, die für die Ableitungsfunktion die richtigen Nullstellen (bei 15 Uhr, bei ca. 18 bis 19 Uhr und bei 3 Uhr) und das richtige Vorzeichen zeigt, gilt als richtige Lösung. Auf das Einzeichnen von Einheiten auf der y-Achse darf verzichtet werden.

Zum Beispiel:



- c) mittlere Änderungsrate:  $\frac{140 - 110}{12 - 9} = 10 \rightarrow + 10 \%$  pro Stunde

Leistungsbereitschaft um 14 Uhr:  $140 - 2 \cdot 12 = 116 \rightarrow 116 \%$

- d)  $f'(t) = \frac{20}{3} \cdot t - 20$

$$f'(2,5) = -\frac{10}{3} \approx -3,33$$

Die 1. Ableitung der Funktion zeigt die momentane Änderungsrate der Leistungsbereitschaft in Prozent pro Stunde an.

Diese momentane Änderungsrate um 2:30 Uhr beträgt  $-3,33 \%$  (der Durchschnittsleistung) pro Stunde.

## Lösungsschlüssel

- a) 1  $\times$  C für das richtige Ablesen der Zeitintervalle  
 b) 1  $\times$  A für die richtige Darstellung der Nullstellen der Ableitungsfunktion  
 1  $\times$  A für die richtige Darstellung des Monotonieverhaltens  
 c) 1  $\times$  B für die richtige Berechnung der mittleren Änderungsrate  
 1  $\times$  B für die richtige Berechnung der Leistungsbereitschaft um 14 Uhr  
 d) 1  $\times$  B für die richtige Berechnung der 1. Ableitung zur angegebenen Uhrzeit  
 1  $\times$  D für die richtige Erklärung der Bedeutung der 1. Ableitung im Sachzusammenhang