Leihwagen*

Aufgabennummer: B_318		
Technologieeinsatz:	möglich ☐	erforderlich ☒

Ein Leihwagen-Unternehmen hat in seinem Fuhrpark 2 Modelle. Modell 1 ist mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,62 verliehen, Modell 2 mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,4. Die Wahrscheinlichkeit, dass beide Modelle gleichzeitig verliehen sind, beträgt 0,35.

A bezeichnet das Ereignis, dass Modell 1 verliehen ist, und *B* bezeichnet das Ereignis, dass Modell 2 verliehen ist.

a) – Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 1 Modell nicht verliehen ist.

b) – Übertragen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Angabe in die entsprechenden Felder der unten stehenden Vierfeldertafel.
– Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeiten in den restlichen Feldern und tragen Sie diese ein.

	A	nicht *A*	Summe
B			
nicht *B*			
Summe			

– Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass genau einer der beiden Leihwagen verliehen ist.

c) – Zeigen Sie, dass die beiden Ereignisse *A* und *B* nicht unabhängig voneinander sind.
– Beschreiben Sie in Worten, welches Ereignis durch die Wahrscheinlichkeit

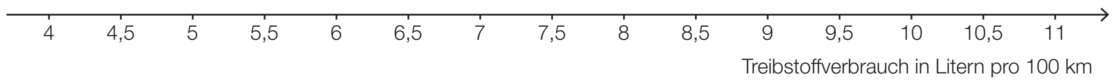
$$\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}35}{0{,}4} = 0{,}875$$

bestimmt wird.

* ehemalige Klausuraufgabe

d) Der Treibstoffverbrauch von Modell 1 ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 6{,}9$ Liter pro 100 km. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 90 % liegt dieser Treibstoffverbrauch im Intervall [5,6; 8,2].

– Ermitteln Sie die Standardabweichung dieser Normalverteilung.
– Zeichnen Sie den Graphen der Dichtefunktion dieser Normalverteilung in die unten stehende Abbildung ein. Berücksichtigen Sie dabei den Erwartungswert und die Standardabweichung.



– Beschreiben Sie, wie sich eine kleinere Standardabweichung auf den Graphen der Dichtefunktion auswirken würde.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) $1 - P(A \cap B) = 1 - 0{,}35 = 0{,}65$
Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens ein Modell nicht verliehen ist, beträgt 0,65.

b)

	A	nicht *A*	Summe
B	0,35	0,05	0,40
nicht *B*	0,27	0,33	0,60
Summe	0,62	0,38	

Die hervorgehobenen Werte in der oben stehenden Tabelle sind diejenigen, die aus der Angabe übertragen wurden.

Die Wahrscheinlichkeit, dass genau einer der beiden Leihwagen verliehen ist, beträgt $0{,}27 + 0{,}05 = 0{,}32$.

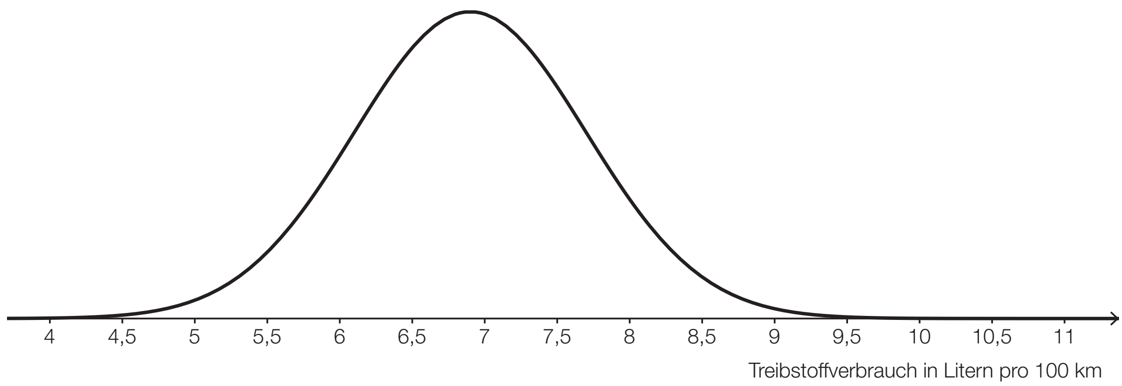
c) Sind zwei Ereignisse voneinander unabhängig, so gilt: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.
$P(A) \cdot P(B) = 0{,}62 \cdot 0{,}4 = 0{,}248$
$P(A \cap B) = 0{,}35$
Die beiden Ereignisse sind also nicht voneinander unabhängig: $0{,}35 \neq 0{,}248$.

Die Wahrscheinlichkeit, dass Modell 1 verliehen ist, wenn man weiß, dass Modell 2 verliehen ist, beträgt 0,875.

d) $P(5{,}6 \leq X \leq 8{,}2) = 0{,}90$
Aufgrund der Symmetrie gilt: $P(X \leq 8{,}2) = 0{,}95$.
$\phi(z) = 0{,}95 \;\Rightarrow\; z = 1{,}644\ldots$

$$\sigma = \frac{8{,}2 - 6{,}9}{z} = 0{,}79\ldots \approx 0{,}8$$

Die Standardabweichung beträgt rund 0,8 Liter pro 100 km.



Bei einer kleineren Standardabweichung wäre die Gauß'sche Glockenkurve schmäler und höher.

Lösungsschlüssel

a) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit

b) 1 × A: für das richtige Übertragen der Werte in die Vierfeldertafel
1 × B1: für das richtige Ermitteln der fehlenden Werte
1 × B2: für das richtige Bestimmen der Wahrscheinlichkeit

c) 1 × D: für den richtigen Nachweis der Unabhängigkeit der Ereignisse
1 × C: für die richtige Beschreibung

d) 1 × B: für das richtige Ermitteln der Standardabweichung
1 × A: für das richtige Einzeichnen des Graphen der Dichtefunktion (Glockenkurve mit Maximum an der Stelle μ und Wendepunkten an den Stellen $\mu \pm \sigma$ erkennbar)
1 × C: für die richtige Beschreibung