

Leihwagen*

Aufgabennummer: B_318

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Ein Leihwagen-Unternehmen hat in seinem Fuhrpark 2 Modelle. Modell 1 ist mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,62 verliehen, Modell 2 mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,4. Die Wahrscheinlichkeit, dass beide Modelle gleichzeitig verliehen sind, beträgt 0,35.

A bezeichnet das Ereignis, dass Modell 1 verliehen ist, und B bezeichnet das Ereignis, dass Modell 2 verliehen ist.

- a) – Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 1 Modell nicht verliehen ist.
- b) – Übertragen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Angabe in die entsprechenden Felder der unten stehenden Vierfeldertafel.
 – Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeiten in den restlichen Feldern und tragen Sie diese ein.

	A	nicht A	Summe
B			
nicht B			
Summe			

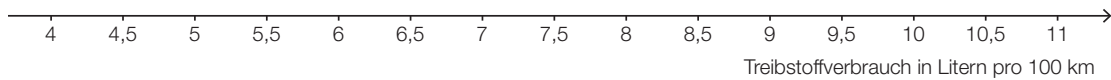
- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass genau einer der beiden Leihwagen verliehen ist.
- c) – Zeigen Sie, dass die beiden Ereignisse A und B nicht unabhängig voneinander sind.
 – Beschreiben Sie in Worten, welches Ereignis durch die Wahrscheinlichkeit

$$\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,35}{0,4} = 0,875$$

bestimmt wird.

d) Der Treibstoffverbrauch von Modell 1 ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 6,9$ Liter pro 100 km. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 90 % liegt dieser Treibstoffverbrauch im Intervall $[5,6; 8,2]$.

- Ermitteln Sie die Standardabweichung dieser Normalverteilung.
- Zeichnen Sie den Graphen der Dichtefunktion dieser Normalverteilung in die unten stehende Abbildung ein. Berücksichtigen Sie dabei den Erwartungswert und die Standardabweichung.



- Beschreiben Sie, wie sich eine kleinere Standardabweichung auf den Graphen der Dichtefunktion auswirken würde.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) $1 - P(A \cap B) = 1 - 0,35 = 0,65$

Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens ein Modell nicht verliehen ist, beträgt 0,65.

b)

	A	nicht A	Summe
B	0,35	0,05	0,40
nicht B	0,27	0,33	0,60
Summe	0,62	0,38	

Die hervorgehobenen Werte in der oben stehenden Tabelle sind diejenigen, die aus der Angabe übertragen wurden.

Die Wahrscheinlichkeit, dass genau einer der beiden Leihwagen verliehen ist, beträgt $0,27 + 0,05 = 0,32$.

c) Sind zwei Ereignisse voneinander unabhängig, so gilt: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

$$P(A) \cdot P(B) = 0,62 \cdot 0,4 = 0,248$$

$$P(A \cap B) = 0,35$$

Die beiden Ereignisse sind also nicht voneinander unabhängig: $0,35 \neq 0,248$.

Die Wahrscheinlichkeit, dass Modell 1 verliehen ist, wenn man weiß, dass Modell 2 verliehen ist, beträgt 0,875.

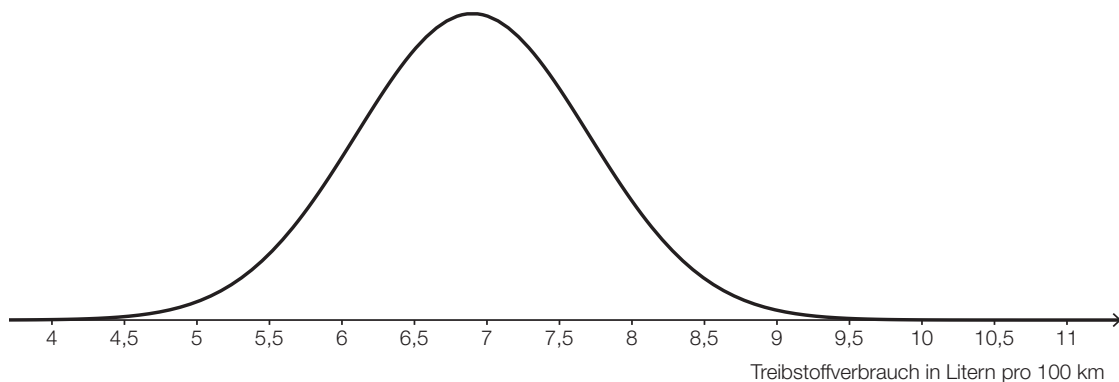
d) $P(5,6 \leq X \leq 8,2) = 0,90$

Aufgrund der Symmetrie gilt: $P(X \leq 8,2) = 0,95$.

$$\Phi(z) = 0,95 \Rightarrow z = 1,644\dots$$

$$\sigma = \frac{8,2 - 6,9}{z} = 0,79\dots \approx 0,8$$

Die Standardabweichung beträgt rund 0,8 Liter pro 100 km.



Bei einer kleineren Standardabweichung wäre die Gauß'sche Glockenkurve schmaler und höher.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit
- b) 1 × A: für das richtige Übertragen der Werte in die Vierfeldertafel
1 × B1: für das richtige Ermitteln der fehlenden Werte
1 × B2: für das richtige Bestimmen der Wahrscheinlichkeit
- c) 1 × D: für den richtigen Nachweis der Unabhängigkeit der Ereignisse
1 × C: für die richtige Beschreibung
- d) 1 × B: für das richtige Ermitteln der Standardabweichung
1 × A: für das richtige Einzeichnen des Graphen der Dichtefunktion (Glockenkurve mit Maximum an der Stelle μ und Wendepunkten an den Stellen $\mu \pm \sigma$ erkennbar)
1 × C: für die richtige Beschreibung