

Küchenkauf*

Aufgabennummer: B_453

Technologieeinsatz: möglich erforderlich

Frau Tomić will eine neue Küche um € 30.000 kaufen.

a) Um sich die Küche leisten zu können, hat sie vor 7 Jahren, vor 4 Jahren und vor 1 Jahr jeweils € 3.000 auf ein Sparbuch mit fixem Zinssatz eingezahlt. Nun befinden sich € 10.000 auf dem Sparbuch.

1) Berechnen Sie den zugrunde liegenden Jahreszinssatz.

Bei diesem Sparvorgang wurden jährlich 25 % Kapitalertragsteuer (KESt) abgezogen.

2) Berechnen Sie den Jahreszinssatz des Sparbuchs vor Abzug der KESt.

b) Frau Tomić benötigt für den Kauf der Küche einen Kredit in Höhe von € 20.000. Ein Bekannter von Frau Tomić bietet an, ihr das Geld zu einem fixen Zinssatz von 4 % p. a. zu leihen. Für die Rückzahlung vereinbaren sie, dass am Ende des 1. Semesters nur die Zinsen zu bezahlen sind, danach sind Semesterraten in Höhe von jeweils € 2.000 fällig.

1) Berechnen Sie den äquivalenten Semesterzinssatz.

2) Vervollständigen Sie die Zeilen für die Semester 1 und 2 des nachstehenden Tilgungsplans.

Semester	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Semesterrate	Restschuld
0	---	---	---	€ 20.000
1				
2				

3) Erklären Sie, warum die folgende Behauptung richtig ist: „Eine Verdoppelung der Semesterrate führt nicht zu einer Verdoppelung des Tilgungsanteils.“

c) Für einen Kredit in Höhe von € 20.000 holt Frau Tomić ein Angebot von einer Bank ein. Die Bank schlägt für die Rückzahlung nachschüssige Jahresraten in Höhe von jeweils € 3.000 bei einem Jahreszinssatz i vor.

1) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung der Restschuld S nach t Jahren.

$S =$ _____

Möglicher Lösungsweg

a1) $3000 \cdot (1 + i)^7 + 3000 \cdot (1 + i)^4 + 3000 \cdot (1 + i) = 10000$

$i = 0,02617\dots$

Der zugrunde liegende Jahreszinssatz beträgt rund 2,62 %.

a2) $\frac{0,02617\dots}{0,75} = 0,0349\dots$

Der Jahreszinssatz vor Abzug der KEST beträgt rund 3,5 %.

b1) $i_2 = \sqrt{1,04} - 1 = 0,01980\dots$

Der äquivalente Semesterzinssatz beträgt rund 1,98 %.

b2)

Semester	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Semesterrate	Restschuld
0	---	---	---	€ 20.000
1	€ 396,08	€ 0	€ 396,08	€ 20.000
2	€ 396,08	€ 1.603,92	€ 2.000	€ 18.396,08

b3) Der Tilgungsanteil berechnet sich aus der Differenz von Semesterrate und Zinsanteil. Wenn die Semesterrate verdoppelt wird, bleibt der Zinsanteil trotzdem gleich hoch. Somit ist der neue Tilgungsanteil mehr als doppelt so hoch wie der alte Tilgungsanteil.

c1) $S = 20000 \cdot (1 + i)^t - 3000 \cdot \frac{(1 + i)^t - 1}{i}$

oder:

$S = 20000 \cdot q^t - 3000 \cdot \frac{q^t - 1}{q - 1}$ mit $q = 1 + i$

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B1: für die richtige Berechnung des Jahreszinssatzes

a2) 1 × B2: für die richtige Berechnung des Jahreszinssatzes vor Abzug der KEST

b1) 1 × B1: für die richtige Berechnung des äquivalenten Semesterzinssatzes

b2) 1 × B2: für das richtige Vervollständigen der Zeile für das Semester 1 des Tilgungsplans

1 × B3: für das richtige Vervollständigen der Zeile für das Semester 2 des Tilgungsplans

b3) 1 × D: für die richtige Erklärung

c1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel