

Konfiserie

Aufgabennummer: B_196

Technologieeinsatz: möglich erforderlich

Eine Konditorei möchte Pralinen aus Eigenproduktion anbieten. Um die Nachfrage abschätzen zu können, werden zunächst 4 verschiedene Bonbonnieren (B_1, B_2, B_3, B_4) aus 4 Sorten Pralinen (Marzipan, Nougat, Kokos, Krokant) angeboten. Die folgende Tabelle gibt an, wie viel Stück einer jeden Pralinenart in jeder Bonbonniere enthalten sind:

		Bonbonnieren			
		B_1	B_2	B_3	B_4
Pralinen- sorten	Marzipan	5	3	4	4
	Nougat	4	3	5	0
	Kokos	2	3	3	4
	Krokant	1	3	0	4

- a) Aus 181 Marzipanpralinen, 142 Nougatpralinen, 144 Kokospralinen und 97 Krokantpralinen wurden Bonbonnieren zusammengestellt.

– Berechnen Sie, wie viele Bonbonnieren der Sorten B_1, B_2, B_3 und B_4 mit diesen Pralinen hergestellt werden können.

- b) In der folgenden Tabelle sind die Herstellungskosten pro Praline jeweils als Variable angegeben:

	Marzipan	Nougat	Kokos	Krokant
Kosten (in €)	K_1	K_2	K_3	K_4

Für die Verpackung fallen Materialkosten in Höhe von € 2,50 pro Bonbonniere an. Pro Bonbonniere wird ein Gewinn von 10 % berechnet.

- Erstellen Sie eine Formel in Matrixschreibweise, mit deren Hilfe die Verkaufspreise P_1, P_2, P_3 und P_4 der Bonbonnieren B_1, B_2, B_3 und B_4 berechnet werden können.
 – Begründen Sie, wie viele Zeilen und Spalten die sich ergebende Matrix haben muss.

- c) Die Glasur der Pralinen wird in 3 Typen aus unterschiedlichem Gehalt an Kakao, Zucker und Kakaobutter hergestellt. Jeweils 100 Gramm (g) einer Glasur enthalten die in der untenstehenden Tabelle angegebene Masse dieser Zutaten in g.

	Typ 1 (dunkel)	Typ 2 (mittel)	Typ 3 (hell)
Kakao	40	37	35
Zucker	30	40	45
Kakaobutter	30	23	20

Für die Glasur von jeweils 50 Stück der verschiedenen Pralinenarten werden folgende

Mengen (in Einheiten zu 100 Gramm) benötigt:

	Marzipan	Nougat	Kokos	Krokant
Typ 1				5
Typ 2	5	2		3
Typ 3	2	3	6	

- Erstellen Sie einen Gozinto-Graphen, der die Verflechtung zwischen den Rohstoffen (Kakao, Zucker und Kakaobutter), den Glasurtypen und den Pralinsorten beschreibt.
- Interpretieren Sie diesen Graphen hinsichtlich der Zusammensetzung der Glasur von 50 Stück Marzipanpralinen.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

- a) a , b , c und d bezeichnen die Anzahl der hergestellten Bonbonnieren B_1 , B_2 , B_3 und B_4 .

Lösung mit Gleichungssystem:

$$5a + 3b + 4c + 4d = 181$$

$$4a + 3b + 5c = 142$$

$$2a + 3b + 3c + 4d = 144$$

$$a + 3b + 4d = 97$$

mittels Technologieeinsatz: $a = 8$, $b = 15$, $c = 13$, $d = 11$

Alternativer Lösungsweg (mit inverser Matrix):

$$\begin{pmatrix} 5 & 3 & 4 & 4 \\ 4 & 3 & 5 & 0 \\ 2 & 3 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 181 \\ 142 \\ 144 \\ 97 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 4 & 4 \\ 4 & 3 & 5 & 0 \\ 2 & 3 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 181 \\ 142 \\ 144 \\ 97 \end{pmatrix}$$

Mittels Technologieeinsatz:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,375 & 0 & -0,5 & 0,125 \\ -0,292 & 0,333 & -0,167 & 0,458 \\ -0,125 & 0 & 0,5 & -0,375 \\ 0,125 & -0,25 & 0,25 & -0,125 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 181 \\ 142 \\ 144 \\ 97 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 15 \\ 13 \\ 11 \end{pmatrix}$$

Es können 8 Bonbonnieren B_1 , 15 Bonbonnieren B_2 , 13 Bonbonnieren B_3 und 11 Bonbonnieren B_4 hergestellt werden.

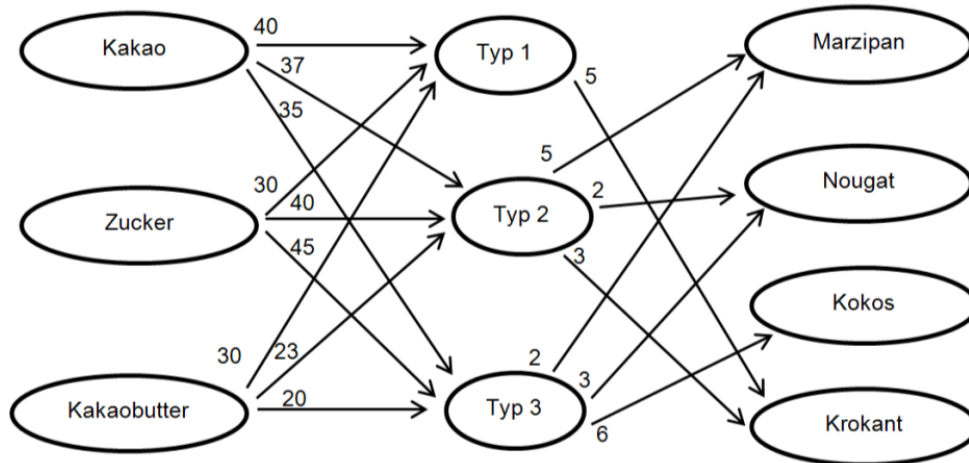
Hinweis: Werden die Einträge der inversen Matrix nicht gerundet, ergeben sich leicht abweichende Zahlenwerte im Ergebnisvektor.

- b) Verkaufspreisvektor:

$$(P_1 \ P_2 \ P_3 \ P_4) = \left[(K_1 \ K_2 \ K_3 \ K_4) \cdot \begin{pmatrix} 5 & 3 & 4 & 4 \\ 4 & 3 & 5 & 0 \\ 2 & 3 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 0 & 4 \end{pmatrix} + (2,5 \ 2,5 \ 2,5 \ 2,5) \right] \cdot 1,1$$

Das Ergebnis muss eine 1×4 -Matrix sein (also 1 Zeile und 4 Spalten aufweisen), da bei der Multiplikation 1×4 mal 4×4 eine 1×4 -Matrix entsteht und die weiteren Rechenschritte die Dimension der Matrix nicht mehr beeinflussen.

c)



Die Glasur von 50 Stück Marzipanpralinen besteht aus 5 Einheiten Typ 2 und 2 Einheiten Typ 3. In einer Einheit Typ 2 sind 37 g Kakao, 40 g Zucker und 23 g Kakaobutter, in einer Einheit Typ 3 sind 35 g Kakao, 45 g Zucker und 20 g Kakaobutter enthalten. Insgesamt besteht die Glasur also aus:

- Kakao: $5 \cdot 37 \text{ g} + 2 \cdot 35 \text{ g} = 255 \text{ g}$
- Zucker: $5 \cdot 40 \text{ g} + 2 \cdot 45 \text{ g} = 290 \text{ g}$
- Kakaobutter: $5 \cdot 23 \text{ g} + 2 \cdot 20 \text{ g} = 155 \text{ g}$

Klassifikation

Teil A Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) 2 Algebra und Geometrie

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) A Modellieren und Transferieren
- c) A Modellieren und Transferieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) C Interpretieren und Dokumentieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) schwer
- c) leicht

Punkteanzahl:

- a) 3
- b) 4
- c) 4

Thema: Wirtschaft

Quelle: <http://backelt.net/download/bmi/schriftenreihe/10.pdf>