

Infrartheizung

Aufgabennummer: B-C1_30

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Heutzutage werden immer häufiger Infrartheizungen in Wohnräumen eingesetzt.

- a) Der Erwärmungsvorgang des Heizleiters der Infrartheizung lässt sich durch die Funktion ϑ näherungsweise beschreiben:

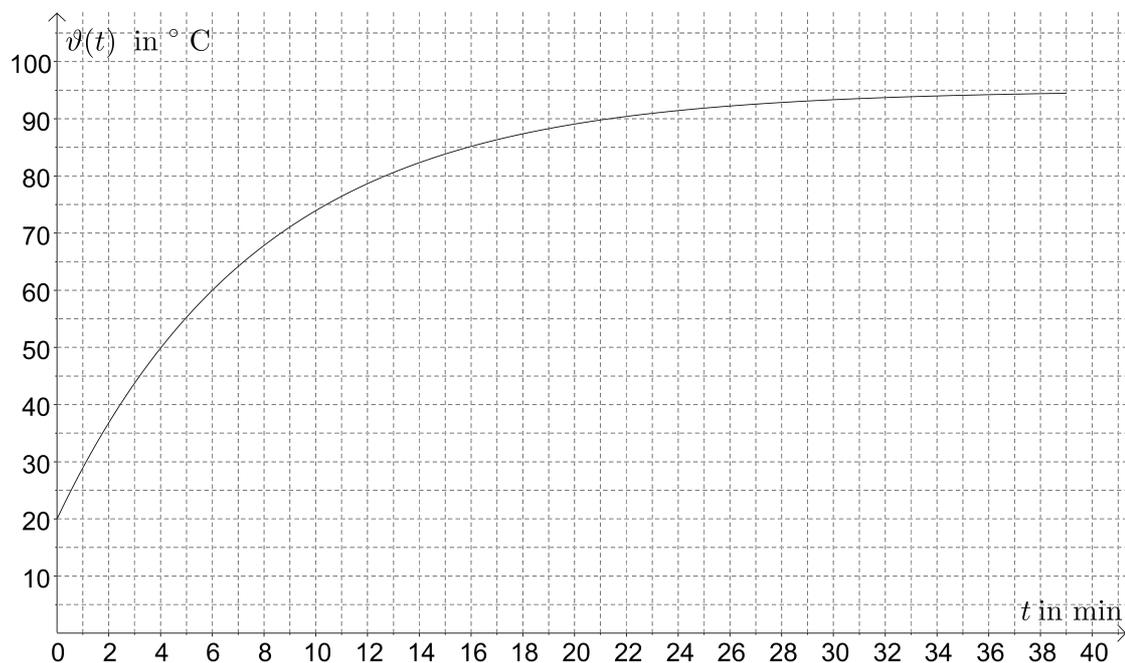
$$\vartheta(t) = c \cdot (1 - e^{-\lambda \cdot t}) + b$$

t ... Zeit nach Beobachtungsbeginn in Minuten (min)

λ ... Zeitkonstante der Infrartheizung in min^{-1}

$\vartheta(t)$... Temperatur des Heizleiters der Infrartheizung zur Zeit t in $^{\circ}\text{C}$

– Ermitteln Sie mithilfe der nachstehenden Grafik die Parameter b , c und λ der Funktion ϑ .



– Begründen Sie anhand der Funktion ϑ , warum die Temperatur nie über $(c + b)^{\circ}\text{C}$ ansteigen kann.

- b) Der Erwärmungsvorgang der Vorderwand der Infrarotheizung lässt sich durch folgende Funktion ϑ_1 beschreiben:

$$\vartheta_1(t) = 20 \cdot (1 - e^{-0,07 \cdot t}) + 20$$

t ... Zeit nach Beobachtungsbeginn in min

λ ... Zeitkonstante der Infrarotheizung in min^{-1}

$\vartheta(t)$... Temperatur des Heizleiters der Infrarotheizung zur Zeit t in $^{\circ}\text{C}$

- Argumentieren Sie, warum die momentane Erwärmungsgeschwindigkeit theoretisch nie null wird.
- Berechnen Sie den Zeitpunkt nach Beobachtungsbeginn, zu dem die momentane Erwärmungsgeschwindigkeit $0,35 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{min}}$ beträgt.

- c) Der Zusammenhang zwischen Temperatur und mittlerer Geschwindigkeit der Luftteilchen wird durch folgende Formel beschrieben:

$$T = \frac{m \cdot \bar{v}^2}{3 \cdot k_B}$$

m ... Masse der Luftteilchen in Kilogramm (kg)

\bar{v} ... mittlere Geschwindigkeit der Luftteilchen in Metern pro Sekunde (m/s)

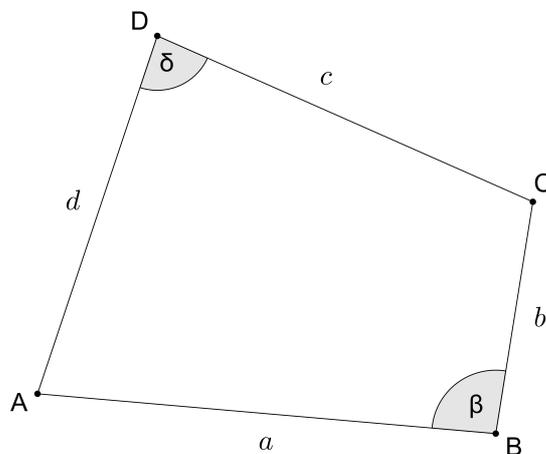
k_B ... Boltzmann-Konstante in Joule/Kelvin (J/K)

T ... Temperatur in Kelvin (K)

- Erläutern Sie anhand der Formel für T , welche Änderung der Teilchengeschwindigkeit einer Verdoppelung der Temperatur entspricht.

- d) Die Fläche an der Vorderseite der Infrarotheizung hat die Form eines Vierecks mit den Seitenlängen $a = 71,4 \text{ cm}$, $b = 36,9 \text{ cm}$ und $d = 59,1 \text{ cm}$. Die Winkel sind $\beta = 94^{\circ}$ und $\delta = 84,3^{\circ}$.

- Berechnen Sie mithilfe der nebenstehenden Skizze den Flächeninhalt des Vierecks.
- Berechnen Sie mithilfe der Skizze den Umfang des Vierecks.



Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

- a) aus der Grafik ablesen:

$$P_1 = (0|20) \Rightarrow b = 20$$

Grenzwert der Funktion g für $t \rightarrow \infty$ ist 95 $\Rightarrow c = 95 - 20 = 75$

$$P_2 = (6|60) \Rightarrow 60 = 75 \cdot (1 - e^{-\lambda \cdot 6}) + 20$$

$$\lambda = 0,127\dots$$

$$g(t) = 75 \cdot (1 - e^{-0,127 \cdot t}) + 20$$

Wenn $t \rightarrow \infty$, geht $e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow 0$. \Rightarrow Die theoretisch maximal erreichbare Temperatur beträgt $(c + b)$ °C.

Auch andere, gleichwertige Argumentationen sind zulässig.

- b) Die 1. Ableitung beschreibt die momentane Erwärmungsgeschwindigkeit:

$$g_1'(t) = 1,4 \cdot e^{-0,07 \cdot t}$$

$$1,4 \cdot e^{-0,07 \cdot t} = 0$$

Da die Funktionswerte einer Exponentialfunktion immer positiv sind, kann der Term $1,4 \cdot e^{-0,07 \cdot t}$ nie null werden.

Auch andere, gleichwertige Argumentationen sind zulässig.

$$g_1'(t) = 1,4 \cdot e^{-0,07 \cdot t}$$

$$1,4 \cdot e^{-0,07 \cdot t} = 0,35$$

$$t = 19,804\dots$$

Die momentane Erwärmungsgeschwindigkeit ist nach etwa 19,8 min $0,35 \frac{^\circ\text{C}}{\text{min}}$.

$$c) \quad T = \frac{m \cdot \bar{v}^2}{3 \cdot k_B}$$

$$\sqrt{\frac{T \cdot 3 \cdot k_B}{m}} = \bar{v}$$

Eine Verdopplung der Temperatur erhöht die Geschwindigkeit der Luftteilchen um den Faktor $\sqrt{2} \approx 1,4142\dots$

$$d) \quad e = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\beta)}$$

$$e = 82,626... \text{ cm}$$

$$\gamma_1 = \arcsin\left(\frac{\sin(\delta) \cdot d}{e}\right)$$

$$\gamma_1 = 45,375...^\circ$$

$$\alpha_1 = 180^\circ - (\gamma_1 + \delta)$$

$$\alpha_1 = 50,324...^\circ$$

$$A_1 = \frac{a \cdot b \cdot \sin(\beta)}{2}$$

$$A_1 = 1\,314,121... \text{ cm}^2$$

$$A_2 = \frac{d \cdot e \cdot \sin(\alpha_1)}{2}$$

$$A_2 = 1\,879,232... \text{ cm}^2$$

$$A = A_1 + A_2$$

$$A \approx 3\,193,35 \text{ cm}^2$$

Die Oberfläche der Vorderwand der Infrarothheizung beträgt ca. $3\,193,35 \text{ cm}^2$.

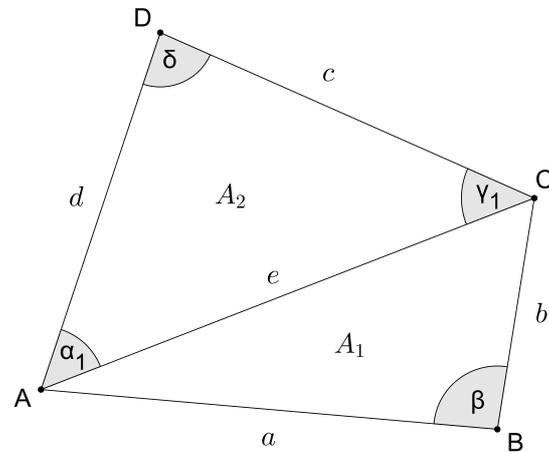
$$c = \frac{d \cdot \sin(\alpha_1)}{\sin(\gamma_1)}$$

$$c = 63,911... \text{ cm}$$

$$U = a + b + c + d$$

$$U \approx 231,3 \text{ cm}$$

Der Umfang der Vorderwand der Infrarothheizung beträgt ca. $231,3 \text{ cm}$.



Klassifikation

Teil A Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 4 Analysis
- c) 2 Algebra und Geometrie
- d) 2 Algebra und Geometrie

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) —
- d) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) C Interpretieren und Dokumentieren
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) D Argumentieren und Kommunizieren
- d) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) B Operieren und Technologieeinsatz, C Interpretieren und Dokumentieren
- c) —
- d) A Modellieren und Transferieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) leicht
- d) mittel

Punkteanzahl:

- a) 4
- b) 3
- c) 1
- d) 3

Thema: Physik

Quelle: <http://de.wikipedia.org/wiki/Temperatur>