

## Helligkeit

Aufgabennummer: A\_125

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Die *Leuchtdichte* ist ein Maß für den Helligkeitseindruck, der von beleuchteten Flächen ausgeht. Sie wird in der Einheit Candela pro Quadratmeter ( $\text{cd}/\text{m}^2$ ) angegeben.

- a) Die nachstehende Funktion beschreibt den Zusammenhang zwischen der Leuchtdichte und der menschlichen Empfindungsstärke:

$$E(L) = c \cdot \lg\left(\frac{L}{L_0}\right)$$

$L$  ... Leuchtdichte in  $\text{cd}/\text{m}^2$

$E(L)$  ... Empfindungsstärke bei der Leuchtdichte  $L$

$L_0$  ... minimale wahrnehmbare Leuchtdichte in  $\text{cd}/\text{m}^2$

$c > 0$  ... Konstante

- Weisen Sie nach, dass die Empfindungsstärke bei der Leuchtdichte  $L_0$  unabhängig von  $c$  ist.

Die Formel  $E = c \cdot \lg\left(\frac{L}{L_0}\right)$  wird nach  $L_0$  umgeformt.

- Kreuzen Sie denjenigen Ausdruck an, der ein richtiges Ergebnis dieser Umformung ist.  
[1 aus 5]

$L_0 = \frac{L \cdot 10^E}{10^c}$	<input type="checkbox"/>
$L_0 = \frac{L \cdot c}{10^E}$	<input type="checkbox"/>
$L_0 = \frac{10^L}{c \cdot 10^E}$	<input type="checkbox"/>
$L_0 = \frac{L}{10^{\frac{E}{c}}}$	<input type="checkbox"/>
$L_0 = \frac{c \cdot 10^L}{10^E}$	<input type="checkbox"/>

b) Das menschliche Auge kann eine Leuchtdichte im Bereich von  $2 \cdot 10^{-5} \text{ cd/m}^2$  bis  $10^6 \text{ cd/m}^2$  wahrnehmen.

Ein Unterschied der Helligkeit wird vom Menschen nur dann wahrgenommen, wenn sich die Leuchtdichte um mindestens 5 % verändert. Der wahrnehmbare Helligkeitsbereich kann daher in Helligkeitsstufen unterteilt werden. Die Leuchtdichte muss jeweils um 5 % steigen, damit die nächsthöhere Helligkeitsstufe erreicht wird.

Sebastian schätzt ab, wie viele dieser Helligkeitsstufen es gibt:

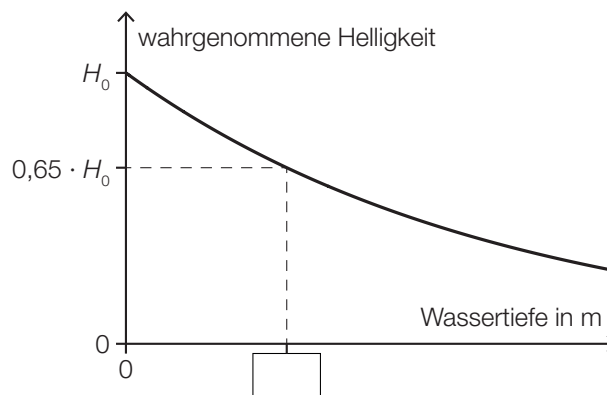
- $2 \cdot 10^{-5}$  ist fast null.
- 5 % von  $10^6$  sind 50000.
- 50000 geht 20-mal in  $10^6$ , also muss es etwa 20 Helligkeitsstufen geben.

– Erklären Sie, warum diese Überlegung falsch ist.

– Weisen Sie nach, dass es mehr als 500 dieser Helligkeitsstufen gibt.

c) Unter bestimmten Bedingungen nimmt die wahrgenommene Helligkeit unter Wasser pro Meter Tiefe um 7 % des vorherigen Wertes ab. Die wahrgenommene Helligkeit an der Wasseroberfläche ist  $H_0$ .

In der nachstehenden Abbildung ist diese Abnahme dargestellt.



– Tragen Sie den fehlenden Wert in das dafür vorgesehene Kästchen ein.

*Hinweis zur Aufgabe:*

*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.*

## Möglicher Lösungsweg

$$\text{a) } E(L_0) = c \cdot \lg\left(\frac{L_0}{L_0}\right) = c \cdot \lg(1) = c \cdot 0 = 0$$

Die Empfindungsstärke bei der Leuchtdichte  $L_0$  hat den Wert 0 und ist daher unabhängig von  $c$ .

[...]	
[...]	
[...]	
$L_0 = \frac{L}{10^{\frac{E}{c}}}$	<input checked="" type="checkbox"/>
[...]	

- b) Sebastian hat mit einem linearen Modell gerechnet. Er hat von Stufe zu Stufe einen konstanten Zuwachs von  $50\,000 \text{ cd/m}^2$  angenommen. Das lineare Modell ist nicht geeignet, weil der Prozentsatz von 5 % sich jeweils auf den vorhergehenden Wert bezieht.

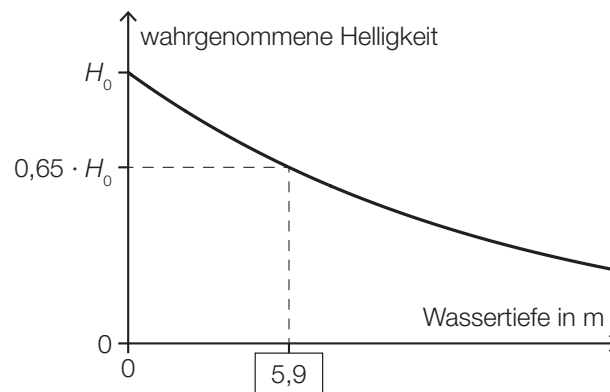
Die 1. Helligkeitsstufe beginnt bei einer Lichtdichte von  $2 \cdot 10^{-5} \text{ cd/m}^2$ . Jede Erhöhung um 5 % entspricht einer Multiplikation mit 1,05. Für die Untergrenze der 501. Helligkeitsstufe ergibt sich daher:

$$2 \cdot 10^{-5} \cdot 1,05^{500} = 786\,465, \dots$$

$$786\,465, \dots \text{ cd/m}^2 < 10^6 \text{ cd/m}^2$$

Daher gibt es mehr als 500 dieser Helligkeitsstufen.

c)



(Wert gerundet)

# Klassifikation

Teil A                       Teil B

**Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:**

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 3 Funktionale Zusammenhänge

**Nebeninhaltsdimension:**

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 1 Zahlen und Maße
- c) —

**Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:**

- a) D Argumentieren und Kommunizieren
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) C Interpretieren und Dokumentieren

**Nebenhandlungsdimension:**

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) —
- c) —

**Schwierigkeitsgrad:**

- a) mittel
- b) schwer
- c) mittel

**Punkteanzahl:**

- a) 2
- b) 2
- c) 1

**Thema: Physik**

**Quelle:** <http://www.solstice.de/cms/upload/pdf/Veroeffentlichungen/Weber-Fechner-PHidS-1994.pdf>