

## Erwärmung von Substanzen

Aufgabennummer: A\_096

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Eine Substanz wird aus dem Kühlschrank (Temperatur  $T_1$ ) genommen und in einen Raum mit der Umgebungstemperatur  $T_2$  gebracht. Der zeitliche Verlauf der Temperatur dieser Substanz kann näherungsweise durch die Funktion  $T$  beschrieben werden:

$$T(t) = T_2 - (T_2 - T_1) \cdot 0,94^t \quad \text{mit } T_2 > T_1$$

$t$  ... Zeit seit der Entnahme aus dem Kühlschrank in min

$T(t)$  ... Temperatur zur Zeit  $t$  in °C

- a) – Ordnen Sie den beiden Ausdrücken jeweils die zutreffenden Eigenschaften aus A bis D zu. [2 zu 4]

$(T_2 - T_1) \cdot 0,94^t$	
$T_2 - (T_2 - T_1) \cdot 0,94^t$	

A	Der Ausdruck ist für alle $t \in \mathbb{R}^+$ positiv. Der Ausdruck wird mit zunehmender Zeit $t$ immer größer. Für $t = 0$ hat der Ausdruck den Wert $T_2$ . Für $t \rightarrow \infty$ nähert sich der Ausdruck der Zahl 0.
B	Der Ausdruck ist für alle $t \in \mathbb{R}^+$ positiv. Der Ausdruck wird mit zunehmender Zeit $t$ immer kleiner. Für $t = 0$ hat der Ausdruck den Wert 0. Für $t \rightarrow \infty$ nähert sich der Ausdruck der Zahl $T_1$ .
C	Der Ausdruck ist für alle $t \in \mathbb{R}^+$ positiv. Der Ausdruck wird mit zunehmender Zeit $t$ immer größer. Für $t = 0$ hat der Ausdruck den Wert $T_1$ . Für $t \rightarrow \infty$ nähert sich der Ausdruck der Zahl $T_2$ .
D	Der Ausdruck ist für alle $t \in \mathbb{R}^+$ positiv. Der Ausdruck wird mit zunehmender Zeit $t$ immer kleiner. Für $t = 0$ hat der Ausdruck den Wert $T_2 - T_1$ . Für $t \rightarrow \infty$ nähert sich der Ausdruck der Zahl 0.

b) In der folgenden Berechnung wurde ein Fehler gemacht:

$$T_2 - (T_2 - T_1) \cdot 0,94^t = T_2 - T_2 + T_1 \cdot 0,94^t = T_1 \cdot 0,94^t$$

– Erklären Sie, welcher Fehler gemacht wurde.

c) Die Substanz muss bei einer Temperatur von 13 °C weiterverarbeitet werden.

– Berechnen Sie, wie lange es dauert, bis die Substanz nach Entnahme aus dem Kühlschrank diese Temperatur erreicht hat, wenn  $T_1 = 6$  °C und  $T_2 = 24$  °C beträgt.

d) Die Funktion  $T$  kann auch in der folgenden Form angegeben werden:

$$T(t) = T_2 - (T_2 - T_1) \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

– Berechnen Sie  $\lambda$ .

– Kreuzen Sie denjenigen Ausdruck an, der die 1. Ableitung von  $T$  richtig angibt. [1 aus 5]

$T'(t) = \lambda \cdot (T_2 - T_1) \cdot e^{-\lambda \cdot t}$	<input type="checkbox"/>
$T'(t) = -\lambda \cdot (T_2 - T_1) \cdot e^{-\lambda \cdot t}$	<input type="checkbox"/>
$T'(t) = -(T_2 - T_1) \cdot e^{-\lambda \cdot t}$	<input type="checkbox"/>
$T'(t) = -\lambda \cdot (T_2 - T_1) \cdot e^{-\lambda \cdot t - 1}$	<input type="checkbox"/>
$T'(t) = \lambda \cdot (T_2 - T_1) \cdot e^{-\lambda \cdot t - 1}$	<input type="checkbox"/>

– Interpretieren Sie die Bedeutung des Ausdrucks  $T'(5)$  im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

e) Ergänzen Sie die fehlende Zahl in der nachstehenden Funktionsgleichung so, dass die Funktion  $T_{\text{neu}}$  einen Erwärmungsvorgang beschreibt, der langsamer verläuft als der durch die Funktion  $T$  beschriebene.

$$T_{\text{neu}}(t) = T_2 - (T_2 - T_1) \cdot \boxed{\phantom{0,94}}^t$$

*Hinweis zur Aufgabe:*

*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.*

## Möglicher Lösungsweg

a)

$(T_2 - T_1) \cdot 0,94^t$	D				<p>A Der Ausdruck ist für alle <math>t \in \mathbb{R}^+</math> positiv. Der Ausdruck wird mit zunehmender Zeit <math>t</math> immer größer. Für <math>t = 0</math> hat der Ausdruck den Wert <math>T_2</math>. Für <math>t \rightarrow \infty</math> nähert sich der Ausdruck der Zahl 0.</p> <p>B Der Ausdruck ist für alle <math>t \in \mathbb{R}^+</math> positiv. Der Ausdruck wird mit zunehmender Zeit <math>t</math> immer kleiner. Für <math>t = 0</math> hat der Ausdruck den Wert 0. Für <math>t \rightarrow \infty</math> nähert sich der Ausdruck der Zahl <math>T_1</math>.</p> <p>C Der Ausdruck ist für alle <math>t \in \mathbb{R}^+</math> positiv. Der Ausdruck wird mit zunehmender Zeit <math>t</math> immer größer. Für <math>t = 0</math> hat der Ausdruck den Wert <math>T_1</math>. Für <math>t \rightarrow \infty</math> nähert sich der Ausdruck der Zahl <math>T_2</math>.</p> <p>D Der Ausdruck ist für alle <math>t \in \mathbb{R}^+</math> positiv. Der Ausdruck wird mit zunehmender Zeit <math>t</math> immer kleiner. Für <math>t = 0</math> hat der Ausdruck den Wert <math>T_2 - T_1</math>. Für <math>t \rightarrow \infty</math> nähert sich der Ausdruck der Zahl 0.</p>
$T_2 - (T_2 - T_1) \cdot 0,94^t$	C				

b) Die Regel „Punkt vor Strich“ wurde nicht beachtet. Das Weglassen der Klammer im ersten Umformungsschritt ist nicht zulässig.

c)  $T(t) = 24 - 18 \cdot 0,94^t$

$$24 - 18 \cdot 0,94^t = 13 \Rightarrow t = 7,9\dots$$

Nach rund 8 Minuten hat sich die Substanz auf 13 °C erwärmt.

d)  $e^{-\lambda \cdot t} = 0,94^t \Rightarrow e^{-\lambda} = 0,94 \Rightarrow \lambda = -\ln(0,94) = 0,0618\dots$

$T'(t) = \lambda \cdot (T_2 - T_1) \cdot e^{-\lambda \cdot t}$	<input checked="" type="checkbox"/>

$T'(5)$  ist die momentane Änderungsrate der Temperatur (in °C/min) 5 Minuten nach der Entnahme der Substanz aus dem Kühlschrank.

e) Jede Zahl aus dem Intervall  $]0,94; 1[$  ist richtig.

# Klassifikation

Teil A                       Teil B

**Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:**

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) 3 Funktionale Zusammenhänge
- d) 4 Analysis
- e) 3 Funktionale Zusammenhänge

**Nebeninhaltsdimension:**

- a) 4 Analysis
- b) —
- c) 2 Algebra und Geometrie
- d) 2 Algebra und Geometrie
- e) —

**Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:**

- a) C Interpretieren und Dokumentieren
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz
- d) C Interpretieren und Dokumentieren
- e) A Modellieren und Transferieren

**Nebenhandlungsdimension:**

- a) —
- b) —
- c) —
- d) B Operieren und Technologieeinsatz
- e) —

**Schwierigkeitsgrad:**

**Punkteanzahl:**

- |           |      |
|-----------|------|
| a) mittel | a) 1 |
| b) leicht | b) 1 |
| c) leicht | c) 1 |
| d) mittel | d) 3 |
| e) mittel | e) 1 |

**Thema:** Sonstiges

**Quellen:** —