

## Eigenheim\*

- a) Am sogenannten *Häuserpreisindex* kann man die Entwicklung der Preise für Häuser ablesen.  
In der nachstehenden Tabelle ist der Häuserpreisindex für ausgewählte Jahre angegeben.

Jahr	2010	2011	2013	2016	2018	2020
Häuserpreisindex	100,00	106,25	119,92	141,32	155,79	177,38

Die zeitliche Entwicklung des Häuserpreisindex kann näherungsweise durch die Exponentialfunktion  $H$  beschrieben werden.

$$H(t) = c \cdot a^t$$

$t$  ... Zeit in Jahren mit  $t = 0$  für das Jahr 2010

$H(t)$  ... Häuserpreisindex zum Zeitpunkt  $t$

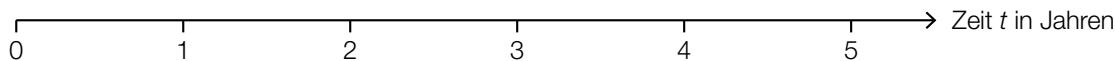
$c, a$  ... positive Parameter

- 1) Stellen Sie mithilfe der Regressionsrechnung eine Gleichung der Exponentialfunktion  $H$  auf.

$$H(t) = \underline{\hspace{10cm}} \quad [0/1 P.]$$

- 2) Interpretieren Sie den Wert des Parameters  $a$  im gegebenen Sachzusammenhang. [0/1 P.]

- b) Erika plant, ein Haus mit einem Kaufpreis von € 340.000 zu kaufen.  
Der Verkäufer schlägt vor, dass Erika den Kaufpreis in 3 Teilzahlungen vollständig bezahlen soll.  
Die erste Teilzahlung in Höhe von € 180.000 soll bei Vertragsabschluss ( $t = 0$ ) erfolgen.  
Die zweite Teilzahlung in Höhe von € 100.000 soll nach 1 Jahr erfolgen.  
Die dritte Teilzahlung in Höhe von  $X$  soll nach 3 Jahren erfolgen.
- 1) Tragen Sie alle 4 oben angeführten Geldbeträge (Kaufpreis und Teilzahlungen) auf der nachstehenden Zeitachse ein. [0/1 P.]



Erika schlägt eine andere Teilzahlungsvariante vor. Dabei soll der Kaufpreis durch 3 gleich hohe Teilzahlungen in Höhe von jeweils  $Z$  vollständig bezahlt werden.

Die erste Teilzahlung soll bei Vertragsabschluss, die zweite Teilzahlung nach 1 Jahr und die dritte Teilzahlung nach 3 Jahren erfolgen.

Der Jahreszinssatz soll 3 % betragen.

- 2) Berechnen Sie  $Z$ . [0/1 P.]

Um den gesamten Kaufpreis sofort bezahlen zu können, nimmt Erika einen Kredit in Höhe von € 340.000 auf.

Sie möchte diesen Kredit innerhalb von 20 Jahren durch nachschüssige Monatsraten der Höhe  $R$  vollständig tilgen.

Der Jahreszinssatz beträgt 3 %.

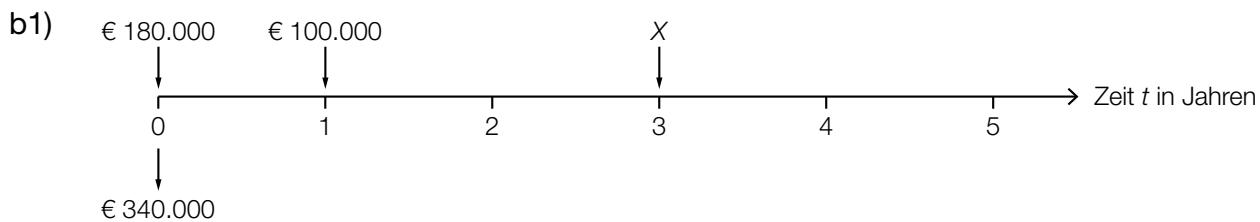
- 3) Berechnen Sie  $R$ . [0/1 P.]  
4) Berechnen Sie die Höhe der Restschuld am Ende des 10. Jahres. [0/1 P.]

## Möglicher Lösungsweg

a1)  $H(t) = 100,4 \cdot 1,058^t$  (Parameter gerundet)

a2) Gemäß diesem Modell steigt der Häuserpreisindex um rund 5,8 % pro Jahr im Vergleich zum jeweiligen Vorjahr.

- a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der Exponentialfunktion  $H$ .  
 a2) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.



b2)  $340\,000 \cdot 1,03^3 = Z \cdot 1,03^3 + Z \cdot 1,03^2 + Z$

$Z = 117\,809,487\dots$

Die Höhe einer Teilzahlung  $Z$  beträgt € 117.809,49.

b3)  $q_{12} = \sqrt[12]{1,03}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$340\,000 = R \cdot \frac{q_{12}^{240} - 1}{q_{12} - 1} \cdot \frac{1}{q_{12}^{240}}$$

$$R = 1\,878,750\dots$$

Die Höhe einer Rate  $R$  beträgt € 1.878,75.

b4)  $340\,000 \cdot q_{12}^{120} - 1878,75 \cdot \frac{q_{12}^{120} - 1}{q_{12} - 1} = 194\,943,644\dots$

Die Höhe der Restschuld am Ende des 10. Jahres beträgt € 194.943,64.

- b1) Ein Punkt für das richtige Eintragen der 4 Geldbeträge.  
 b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen von  $Z$ .  
 b3) Ein Punkt für das richtige Berechnen von  $R$ .  
 b4) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Restschuld am Ende des 10. Jahres.