

## Darts\*

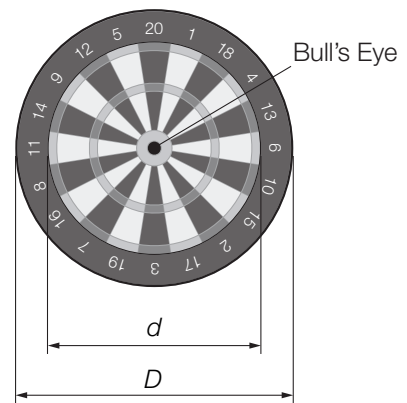
Aufgabennummer: A\_302

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

*Darts* ist ein Spiel, bei dem Pfeile auf eine kreisförmige Dartscheibe geworfen werden (siehe nebenstehende Abbildung).

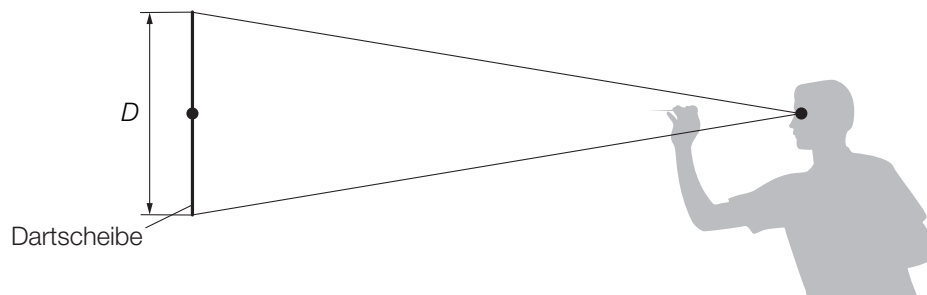


- a) In der obigen Abbildung sind die Durchmesser zweier Kreise gekennzeichnet, die einen gemeinsamen Mittelpunkt haben. Der innere Kreis hat den Durchmesser  $d = 34$  cm und der äußere Kreis den Durchmesser  $D = 45$  cm.

1) Berechnen Sie, wie viel Prozent die Fläche des inneren Kreises bezogen auf jene des äußeren Kreises ausmacht.

- b) Eine Dartscheibe mit dem Durchmesser  $D$  hängt senkrecht an einer Wand (siehe unten stehende nicht maßstabgetreue Abbildung in der Ansicht von der Seite). Der Mittelpunkt der Dartscheibe und das Auge eines Spielers befinden sich in der gleichen Höhe über dem Boden.

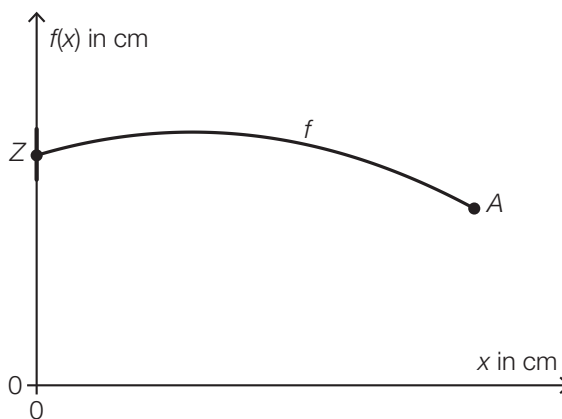
$L$  ist der Abstand des Auges vom Mittelpunkt der Dartscheibe.  $\alpha$  ist der Sehwinkel, unter dem der Spieler die Dartscheibe sieht.



- 1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung die Größen  $L$  und  $\alpha$  ein.  
 2) Stellen Sie mithilfe von  $D$  und  $L$  eine Formel zur Berechnung von  $\alpha$  auf.

$\alpha =$  \_\_\_\_\_.

- c) Die nachstehende Abbildung zeigt modellhaft die Flugbahn eines Dartpfeils zwischen dem Abwurfpunkt A und dem Zielpunkt Z.



Die Flugbahn kann in diesem Modell durch den Graphen der quadratischen Funktion  $f$  beschrieben werden:

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

$x$  ... horizontaler Abstand zur Dartscheibe in cm

$f(x)$  ... Höhe über dem Boden im Abstand  $x$  in cm

Der Zielpunkt Z befindet sich in einer Höhe von 173 cm über dem Boden.  
 Die größte Höhe von 182 cm über dem Boden erreicht der Pfeil an derjenigen Stelle, an der er vom Zielpunkt Z einen horizontalen Abstand von 75 cm hat.

- 1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten  $a$ ,  $b$  und  $c$ .
  - 2) Berechnen Sie die Koeffizienten  $a$ ,  $b$  und  $c$ .
- d) Ein Spieler wirft 5-mal hintereinander auf eine Dartscheibe. Die Wahrscheinlichkeit, das sogenannte *Bull's Eye* in der Mitte der Dartscheibe zu treffen, beträgt bei jedem Wurf  $p$ .
- 1) Ordnen Sie den beiden Satzanfängen jeweils eine Fortsetzung aus A bis D zu, sodass zutreffende Aussagen entstehen.

Mit dem Ausdruck $\binom{5}{4} \cdot p^4 \cdot (1 - p) + p^5$ wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass der Spieler bei 5 Würfeln ...	
Mit dem Ausdruck $1 - \binom{5}{4} \cdot p^4 \cdot (1 - p) - p^5$ wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass der Spieler bei 5 Würfeln ...	

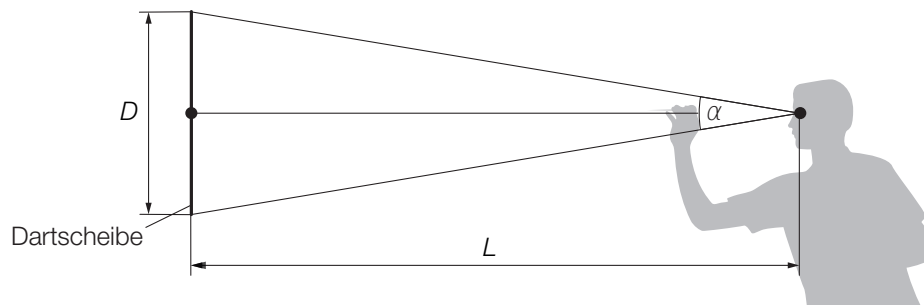
A	... höchstens 3-mal das Bull's Eye trifft.
B	... mindestens 3-mal das Bull's Eye trifft.
C	... höchstens 4-mal das Bull's Eye trifft.
D	... mindestens 4-mal das Bull's Eye trifft.

## Möglicher Lösungsweg

a1)  $\frac{A_1}{A_2} = \frac{d^2}{D^2} = 0,570\dots$

Die Fläche des inneren Kreises macht rund 57 % der Fläche des äußeren Kreises aus.

b1)



b2)  $\alpha = 2 \cdot \arctan\left(\frac{D}{2 \cdot L}\right)$

c1)  $f'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

I:  $f(0) = 173$

II:  $f(75) = 182$

III:  $f'(75) = 0$

oder:

I:  $c = 173$

II:  $5625 \cdot a + 75 \cdot b + c = 182$

III:  $150 \cdot a + b = 0$

c2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$a = -\frac{1}{625} = -0,0016$$

$$b = \frac{6}{25} = 0,24$$

$$c = 173$$

d1)	Mit dem Ausdruck $\binom{5}{4} \cdot p^4 \cdot (1-p) + p^5$ wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass der Spieler bei 5 Würfeln ...	D	A	... höchstens 3-mal das Bull's Eye trifft.
	Mit dem Ausdruck $1 - \binom{5}{4} \cdot p^4 \cdot (1-p) - p^5$ wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass der Spieler bei 5 Würfeln ...	A	B	... mindestens 3-mal das Bull's Eye trifft.
			C	... höchstens 4-mal das Bull's Eye trifft.
			D	... mindestens 4-mal das Bull's Eye trifft.

## Lösungsschlüssel

- a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Prozentsatzes.  
 b1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen der Größen  $L$  und  $\alpha$ .  
 b2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.  
 c1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichungen mithilfe der Koordinaten.  
 Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung mithilfe der 1. Ableitung.  
 c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Koeffizienten  $a$ ,  $b$  und  $c$ .  
 d1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.