# Bakterien

Aufgabennummer: B_172

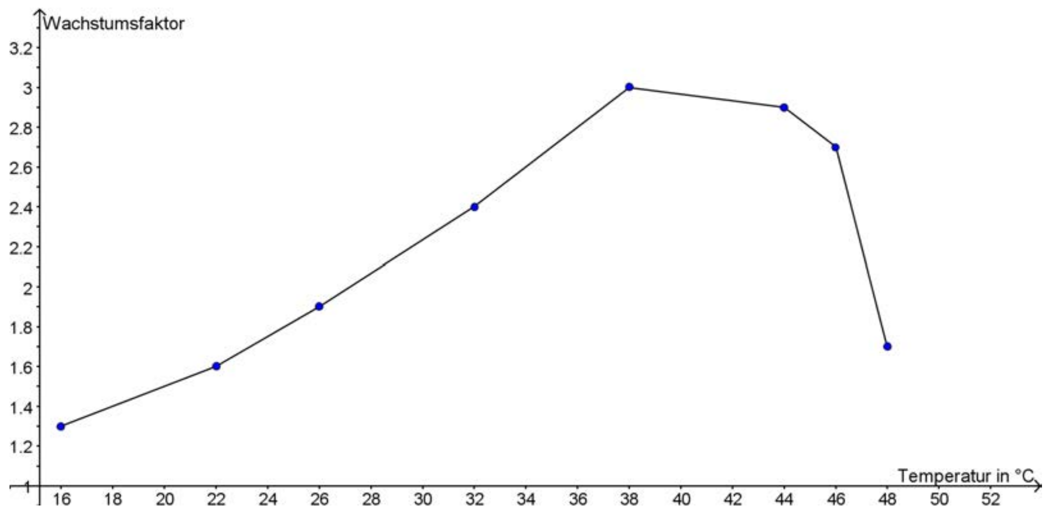
Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

a) Milchsäurebakterien haben Stäbchenform (sie sind also annähernd zylindrisch) und vermehren sich durch Zellteilung. Sie haben eine Länge von ca. 2 Mikrometern (μm) und einen Durchmesser von ca. 0,9 μm.

In sauer gewordener Milch wurden in 1 Milliliter (ml) Milch ca. 1 Million Bakterien gemessen.

– Berechnen Sie, wie viel Prozent des Gesamtvolumens der Milch die Bakterien einnehmen.

b) *Escherichia-coli*-Bakterien im Wasser sind gefährlich für die Gesundheit.
In einem Labor wird deren Anzahl stündlich gemessen. Die Bakterien vermehren sich exponentiell, wobei der Wachstumsfaktor temperaturabhängig ist.
In der nachstehenden Grafik ist der Wachstumsfaktor in Abhängigkeit von der Temperatur dargestellt.

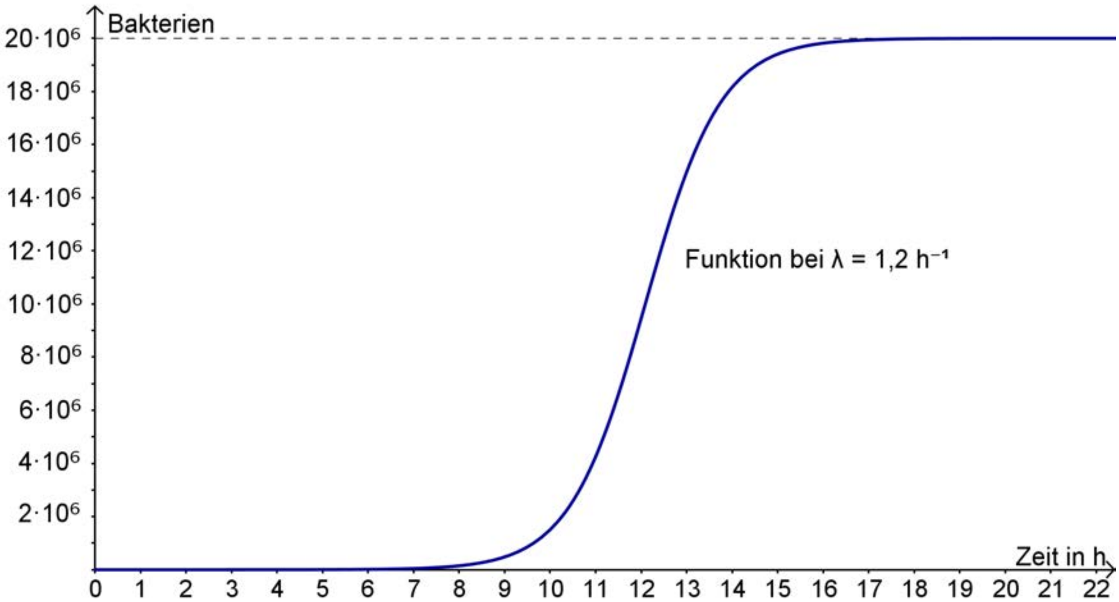



– Lesen Sie den Wachstumsfaktor bei 32 °C warmem Wasser ab.
– Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung der Anzahl von Stunden $t$, die es dauert, bis sich die *Escherichia-coli*-Bakterien in 32 °C warmem Wasser von einer ursprünglichen Anzahl $N_0$ auf eine kritische Anzahl $K$ vermehren.

$N_0$ … ursprüngliche Anzahl der Bakterien vor dem Vermehrungsprozess
$K$ … kritische Anzahl an Bakterien
$t$ … Anzahl der Stunden des Vermehrungsprozesses

– Lösen Sie die erstellte Formel nach $t$ auf.

c) Ein Bakterienwachstum verläuft nicht unbeschränkt exponentiell, sondern erreicht wegen der begrenzten Ressourcen eine Sättigungsmenge.




Die obenstehende Grafik zeigt das Wachstum einer Bakterienpopulation mit folgender Funktion $N$:

$$N(t) = \frac{20 \cdot 10^6}{1 + 20 \cdot 10^5 \cdot e^{-\lambda \cdot t}} \quad \text{mit} \quad \lambda = 1{,}2\ \text{h}^{-1}$$

$t$ … Zeit in Stunden (h)
$N(t)$ … Anzahl der Bakterien nach $t$ Stunden
$\lambda$ … Wachstumsparameter in $\text{h}^{-1}$

– Skizzieren Sie in der Grafik den Verlauf der Kurve für $\lambda = 1{,}5\ \text{h}^{-1}$.

Betrachten Sie den Teilausdruck $e^{-\lambda \cdot t}$ des Nenners der Funktion $N$.

– Erklären Sie, welchen Einfluss eine Veränderung von $\lambda = 1{,}2\ \text{h}^{-1}$ auf $\lambda = 1{,}5\ \text{h}^{-1}$ auf den Teilausdruck $e^{-\lambda \cdot t}$ hat.
– Erklären Sie, welchen Einfluss die Veränderung im Teilausdruck $e^{-\lambda \cdot t}$ auf die gesamte Funktion $N$ hat.

*Hinweis zur Aufgabe:*
*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.*

# Möglicher Lösungsweg

a) 1 ml = $10^{-3}$ L = $10^{-3}$ dm$^3$ = 1 cm$^3$
$2 \cdot 0{,}45^2 \cdot \pi \approx 1{,}27$
Das Volumen eines Bakteriums beträgt ungefähr 1,27 μm$^3$.
1,27 μm$^3$ = $1{,}27 \cdot 10^{-12}$ cm$^3$
1 Million Bakterien haben ein Volumen von $1{,}27 \cdot 10^{-12} \cdot 10^6$ cm$^3$ = $1{,}27 \cdot 10^{-6}$ cm$^3$
1 cm$^3$ sind 100 %. → $1{,}27 \cdot 10^{-6}$ cm$^3$ sind $\underline{1{,}27 \cdot 10^{-4}\ \%}$.
Die Bakterien nehmen ca. $1{,}27 \cdot 10^{-4}$ % des Gesamtvolumens ein.

*(Umrechnungen mit anderen korrekten Maßeinheiten sind ebenfalls zu akzeptieren.)*

b) Bei 32 °C vermehren sich die Bakterien pro Stunde mit einem Wachstumsfaktor von 2,4.

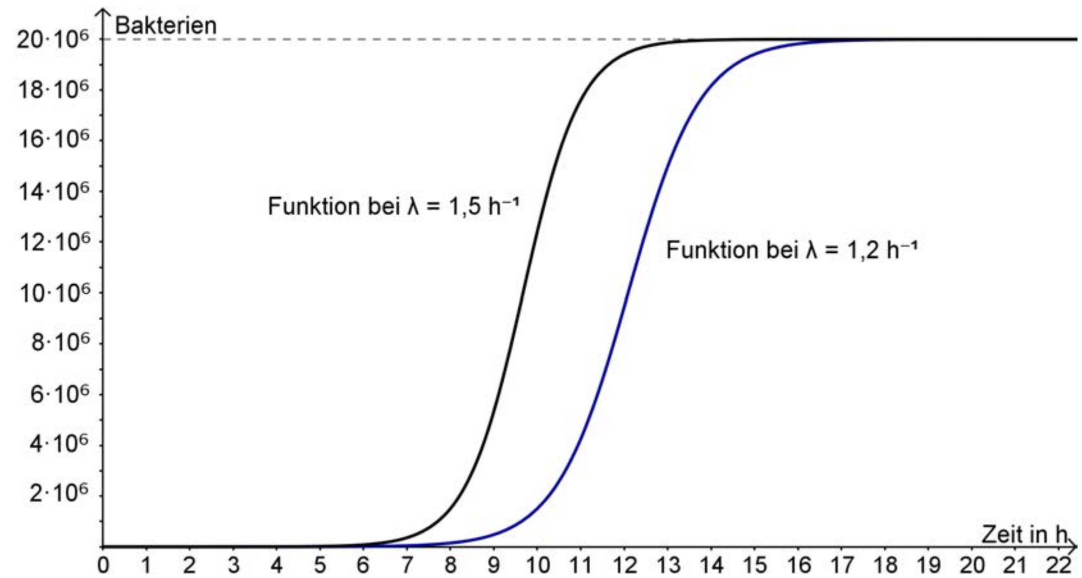
$K = N_0 \cdot 2{,}4^t$

$\frac{K}{N_0} = 2{,}4^t$

$t = \frac{\log\left(\frac{K}{N_0}\right)}{\log(2{,}4)}$

(*Welcher Logarithmus verwendet wird, ist gleichgültig.*)

c)




Die Exponentialfunktion $e^{-\lambda \cdot t}$ fällt für $\lambda$ = 1,5 h$^{-1}$ schneller als für $\lambda$ = 1,2 h$^{-1}$. Ihr Wert nähert sich schneller null.
Fällt die Exponentialfunktion $e^{-\lambda \cdot t}$ schneller, nähert sich der Wert des Nenners schneller dem Wert 1.
Wird der Nenner kleiner, wird der gesamte Bruch größer.
Der Grenzwert von $20 \cdot 10^6$ Bakterien wird bei $\lambda$ = 1,5 h$^{-1}$ daher schneller angenähert.

*(Alle richtigen Erklärungen sind zu akzeptieren.)*

# Klassifikation

☐ Teil A ☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

a) 1 Zahlen und Maße
b) 3 Funktionale Zusammenhänge
c) 3 Funktionale Zusammenhänge

Nebeninhaltsdimension:

a) —
b) 2 Algebra und Geometrie
c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

a) B Operieren und Technologieeinsatz
b) A Modellieren und Transferieren
c) D Argumentieren und Kommunizieren

Nebenhandlungsdimension:

a) —
b) B Operieren und Technologieeinsatz, C Interpretieren und Dokumentieren
c) B Operieren und Technologieeinsatz

| Schwierigkeitsgrad: | Punkteanzahl: |
|---|---|
| a) mittel | a) 3 |
| b) mittel | b) 3 |
| c) schwer | c) 3 |

Thema: Sonstiges

Quellen: —