

## pH-Wert

Aufgabennummer: A\_272

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Der pH-Wert ist ein Messwert für die Konzentration der  $\text{H}_3\text{O}^+$ -Ionen. Die Skala der pH-Werte definiert man üblicherweise von 0 bis 14 (sie reicht aber in der Praxis bei starken Säuren und Basen von  $-1,7$  bis  $15,7$ ).

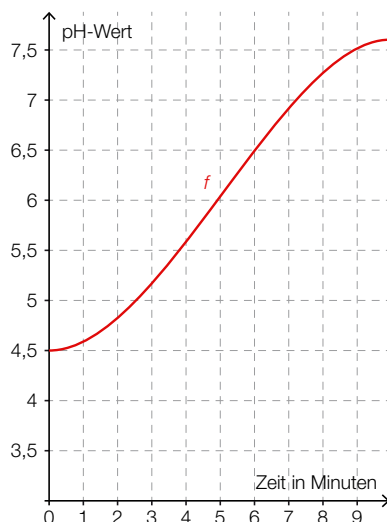
- a) Die Funktionsgleichung der Konzentration der  $\text{H}_3\text{O}^+$ -Ionen in Abhängigkeit vom pH-Wert lautet:  $y = 10^{-x}$

$x$  ... pH-Wert

$y$  ... Konzentration der  $\text{H}_3\text{O}^+$ -Ionen

- Logarithmieren Sie die Gleichung mit dem Logarithmus zur Basis 10 und ersetzen Sie die logarithmierte linke Seite  $\log_{10}(y)$  durch  $Y$ .
- Zeichnen Sie den Graphen der Funktion  $Y$  für den pH-Wertebereich 0 bis 14.

- b) Der pH-Wert des Speichels beim Kauen eines zuckerfreien Kaugummis unmittelbar nach einer Mahlzeit wurde in einer Testreihe in Abhängigkeit von der Zeit gemessen. Der pH-Wert innerhalb der ersten 10 Minuten kann annähernd durch die Funktion  $f$  beschrieben werden:



Für die momentane Änderungsrate  $f'$  des pH-Werts gilt:

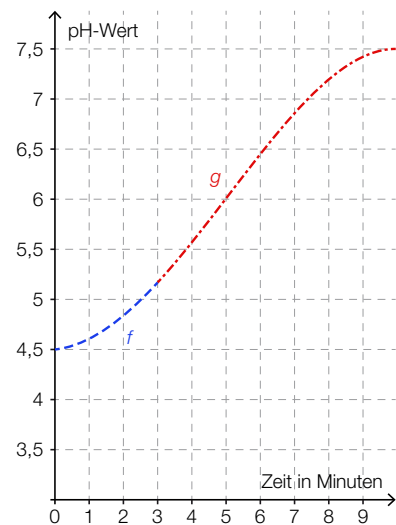
$$f'(t) = -0,0183 \cdot t^2 + 0,183 \cdot t$$

$t$  ... Zeit seit Beginn des Kaugummikauens in min

$f'(t)$  ... momentane Änderungsrate des pH-Werts zur Zeit  $t$

- Bestimmen Sie eine Gleichung der Funktion  $f$ .
- Interpretieren Sie die Bedeutung der Nullstellen von  $f'$  im gegebenen Sachzusammenhang.

- c) Man kann die Messwerte des pH-Werts beim Kaugummikauen auch durch das Zusammensetzen von 2 Funktionen  $f$  und  $g$  näherungsweise beschreiben, wie in der nebenstehenden Grafik dargestellt.  $f$  und  $g$  sind so gewählt, dass die zusammengesetzte Funktion im gesamten Intervall stetig ist und ihr Graph keinen Knick aufweist.



– Kreuzen Sie die zutreffende Aussage an. [1 aus 5]

Beide Funktionen müssen positiv gekrümmt sein.	<input type="checkbox"/>
Beide Funktionen müssen an der Verbindungsstelle die gleiche Steigung und den gleichen Funktionswert haben.	<input type="checkbox"/>
Beide Funktionen müssen den gleichen durchschnittlichen Anstieg haben.	<input type="checkbox"/>
Beide Funktionen müssen durch den Punkt $(0 4,5)$ gehen.	<input type="checkbox"/>
Beide Funktionen müssen den gleichen Wendepunkt haben.	<input type="checkbox"/>

- d) Der pH-Wert ist ein Indikator für die Verderblichkeit von Fisch. Bei manchen Fischarten kann man von normalverteilten pH-Werten ausgehen. Ist der pH-Wert höher als 7, gilt ein Fisch als verdorben. Bei frisch gefangenen Fischen einer bestimmten Fischart geht man von einem Erwartungswert  $\mu = 6,5$  und einer Standardabweichung von  $\sigma = 0,23$  aus.

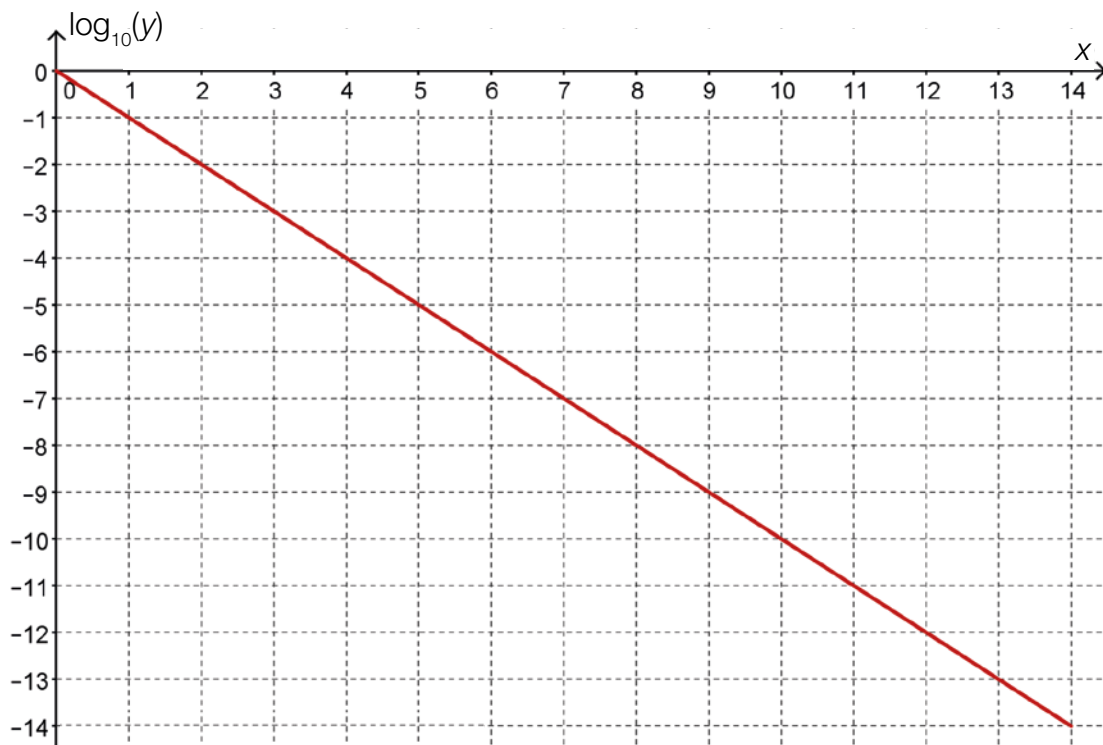
– Berechnen Sie, bei wie vielen Fischen bei einem Fang von 808 Stück bereits zum Fangzeitpunkt ein zu hoher pH-Wert zu erwarten wäre.

*Hinweis zur Aufgabe:*

*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.*

## Möglicher Lösungsweg

a)  $Y = -x$



b) Durch Integrieren der 1. Ableitung erhält man  $f(t) = -0,0061 \cdot t^3 + 0,0915 \cdot t^2 + c$ .  
Aus der Grafik sieht man, dass  $c = 4,5$  ist.  $\Rightarrow f(t) = -0,0061 \cdot t^3 + 0,0915 \cdot t^2 + 4,5$

Die Nullstellen von  $f'$  sind diejenigen Zeitpunkte, bei denen sich der pH-Wert nicht ändert (bzw. bei denen der pH-Wert minimal bzw. maximal ist).

c)

[...]	
Beide Funktionen müssen an der Verbindungsstelle die gleiche Steigung und den gleichen Funktionswert haben.	<input checked="" type="checkbox"/>
[...]	
[...]	
[...]	

d)  $X$  ... pH-Wert zum Fangzeitpunkt

$$P(X > 7) = 0,0148\dots$$

$$808 \cdot 0,0148\dots = 12,00\dots$$

Bei etwa 12 Fischen wäre ein zu hoher pH-Wert zu erwarten.

# Klassifikation

Teil A       Teil B

## Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 4 Analysis
- c) 4 Analysis
- d) 5 Stochastik

## Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —
- d) —

## Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) C Interpretieren und Dokumentieren
- d) B Operieren und Technologieeinsatz

## Nebenhandlungsdimension:

- a) —
- b) C Interpretieren und Dokumentieren, A Modellieren und Transferieren
- c) —
- d) —

## Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) mittel
- d) leicht

## Punkteanzahl:

- a) 1
- b) 3
- c) 1
- d) 2

**Thema:** Chemie

**Quellen:** <http://www.wrigley-zahnpflege.at/zahnpflegekaugummi.php>  
[http://aquaticcommons.org/4396/1/INFN\\_38\\_3\\_109-113.PDF](http://aquaticcommons.org/4396/1/INFN_38_3_109-113.PDF)