Zylindrische Gefäße

Aufgabennummer: A_055

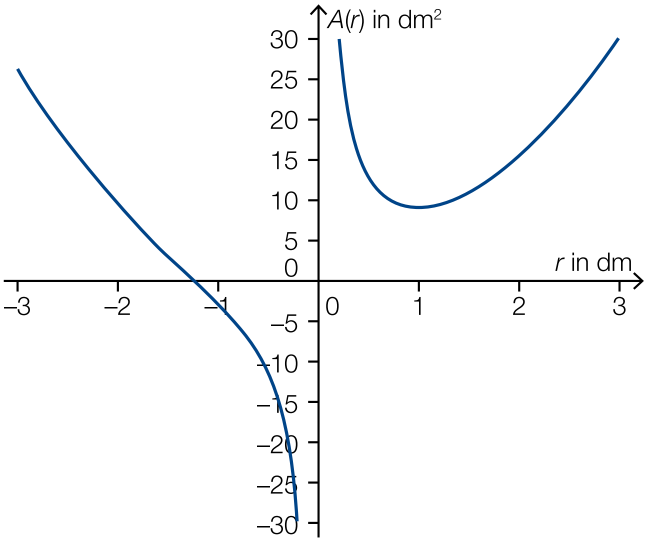
Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Für den Inhalt der Außenfläche eines zylindrischen, oben offenen Gefäßes gilt:

$A(r) = r^2 \cdot \pi + \frac{2 \cdot V}{r}$ mit V = konstant

r … Radius in dm
V … Volumen des Gefäßes in L
$A(r)$ … Flächeninhalt der Außenfläche bei einem Radius r in dm²

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Funktion A für ein Volumen von V = 3 L dargestellt.



a) – Beschreiben Sie das Verhalten der Funktion, wenn r gegen 0 strebt.
– Geben Sie unter Berücksichtigung der Tatsache, dass die Funktion A eine Außenfläche beschreiben soll, einen sinnvollen Definitionsbereich an.

b) – Lesen Sie aus dem Graphen die möglichen Radien für eine Außenfläche von 25 dm² ab.
– Begründen Sie, warum es sich nicht um eine Funktion handelt, wenn man den Radius in Abhängigkeit vom Flächeninhalt der Außenfläche betrachtet.

c) – Berechnen Sie denjenigen Radius r, für den der Flächeninhalt der Außenfläche eines oben offenen Zylinders mit dem Volumen V = 5 L am geringsten ist.
Runden Sie Ihr Ergebnis auf 1 Nachkommastelle.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) Bei einer linksseitigen Annäherung von r an 0 strebt der Funktionswert gegen $-\infty$.
Bei einer rechtsseitigen Annäherung von r an 0 strebt der Funktionswert gegen ∞.
An der Stelle $r = 0$ hat die Funktion eine Polstelle. Der Funktionswert an der Stelle 0 ist nicht definiert.

Definitionsbereich $D = \mathbb{R}^+$

b) Die möglichen Radien sind 0,2 dm und 2,7 dm.
Eine angemessene Ungenauigkeit beim Ablesen der Werte wird toleriert.

Diese Zuordnung ist keine Funktion, da bei dieser Zuordnung einem Wert A aus der Definitionsmenge bis auf eine Ausnahme immer 2 Werte r der Wertemenge zugeordnet werden. Dies widerspricht der Definition einer Funktion.

c) $A'(r) = 2 \cdot r \cdot \pi - \frac{10}{r^2}$

$A'(r) = 0 \quad \Rightarrow \quad r = 1{,}16...$
Bei einem Radius von rund 1,2 dm ist der Flächeninhalt der Außenfläche am geringsten.
(Auf die rechnerische Kontrolle, ob es sich beim berechneten Wert tatsächlich um ein Minimum handelt, kann verzichtet werden, da die Funktion A für $V = 3$ L bereits in der Angabe grafisch dargestellt ist.)

Klassifikation

☒ Teil A ☐ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

a) 4 Analysis
b) 3 Funktionale Zusammenhänge
c) 4 Analysis

Nebeninhaltsdimension:

a) 3 Funktionale Zusammenhänge
b) —
c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

a) C Interpretieren und Dokumentieren
b) C Interpretieren und Dokumentieren
c) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

a) —
b) D Argumentieren und Kommunizieren
c) —

Schwierigkeitsgrad:

a) leicht
b) leicht
c) leicht

Punkteanzahl:

a) 2
b) 2
c) 1

Thema: Alltag

Quellen: —