

## Wushan-Brücke

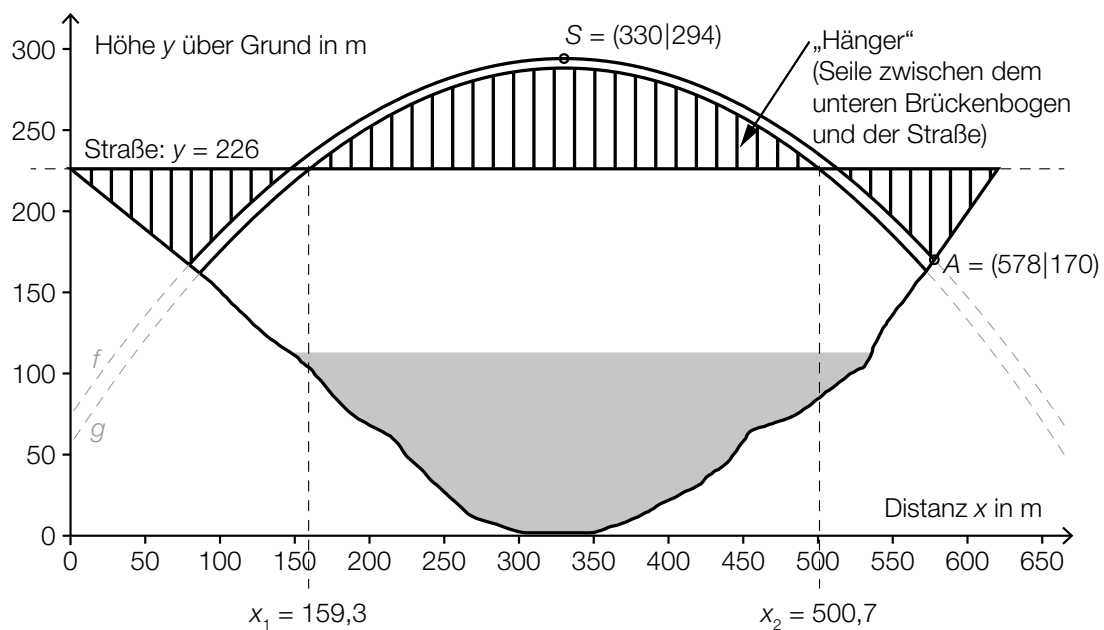
Aufgabennummer: A\_177

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Die Wushan-Brücke über den Jangtsekiang ist eine der größten Bogenbrücken der Welt:



Die obige Abbildung stellt die Geometrie der Brücke dar. Der obere und der untere Brückenbogen werden durch die Graphen der quadratischen Funktionen  $f$  und  $g$  dargestellt. Der Punkt  $S$  ist der Scheitelpunkt der Funktion  $f$ . Die Stellen  $x_1$  und  $x_2$  markieren die Schnittpunkte des unteren Brückenbogens mit der Straße  $y = 226$ .

a) – Erstellen Sie mithilfe der Punkte  $A$  und  $S$  eine Gleichung der Funktion  $f$ .

b) Die Gleichung derjenigen Parabel, die den unteren Brückenbogen beschreibt, lautet:

$$g(x) = -\frac{1}{470} \cdot (x - 330)^2 + 288 \quad \text{mit} \quad 86 \leq x \leq 574$$

Jemand stellt zur Berechnung der Höhe  $H(x)$  der Hänger an der Stelle  $x$  folgende Formel auf:

$$H(x) = -\frac{1}{470} \cdot (x^2 - 660 \cdot x + 79760) \quad \text{für} \quad x_1 \leq x \leq x_2$$

– Weisen Sie die Korrektheit dieser Formel nach.

c) Wirft man einen Stein mit einer Anfangsgeschwindigkeit von  $v_0 = 5 \text{ m/s}$  von der Brücke senkrecht nach unten, so kann man, wenn der Luftwiderstand vernachlässigt wird, die Höhe (über Grund) des Steins näherungsweise folgendermaßen berechnen:

$$h(t) = 226 - \frac{g}{2} \cdot t^2 - 5 \cdot t$$

$t$  ... Zeit in s

$h(t)$  ... Höhe des Steins über Grund zur Zeit  $t$  in m

$g$  ... Erdbeschleunigung ( $g \approx 9,81 \text{ m/s}^2$ )

– Berechnen Sie diejenige Zeit  $t_a$ , die der Stein bis zum Aufprall auf die Wasseroberfläche benötigt, wenn der Wasserstand 113 m über Grund beträgt.

– Stellen Sie eine Gleichung der Funktion  $v$  für die Geschwindigkeit des Steins in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  auf.

*Hinweis zur Aufgabe:*

*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.*

## Möglicher Lösungsweg

$$\begin{aligned} \text{a) } f(x) &= a \cdot x^2 + b \cdot x + c \\ f'(x) &= 2 \cdot a \cdot x + b \end{aligned}$$

$$f(330) = 294 \Rightarrow 330^2 \cdot a + 330 \cdot b + c = 294$$

$$f(578) = 170 \Rightarrow 578^2 \cdot a + 578 \cdot b + c = 170$$

$$f'(330) = 0 \Rightarrow 660 \cdot a + b = 0$$

Lösung mittels Technologieeinsatz:

$$a = -\frac{1}{496} = -0,0020\dots, b = \frac{156}{124} = 1,3306\dots, c = \frac{9231}{124} = 74,4435\dots$$

$$f(x) = -\frac{1}{496} \cdot x^2 + \frac{156}{124} \cdot x + \frac{9231}{124}$$

b) Anwendung der binomischen Formel und Vereinfachung:

$$\begin{aligned} H(x) = g(x) - 226 &= -\frac{1}{470} \cdot (x - 330)^2 + 62 = -\frac{1}{470} \cdot (x^2 - 660 \cdot x + 330^2) + 62 \\ &= -\frac{1}{470} \cdot (x^2 - 660 \cdot x + 330^2 - 62 \cdot 470) = -\frac{1}{470} \cdot (x^2 - 660 \cdot x + 79760) \end{aligned}$$

$$\text{c) } 113 = 226 - \frac{g}{2} \cdot t^2 - 5 \cdot t$$

Lösung mittels Technologieeinsatz:  $t_a = 4,317\dots$  (oder  $t_a = -5,336\dots$ )

Der Stein benötigt bis zum Aufprall auf die Wasseroberfläche rund 4,32 s.

$$v(t) = |h'(t)|$$

$$v(t) = g \cdot t + 5$$

$v(t)$  ... Geschwindigkeit des Steins zur Zeit  $t$  in m/s

(Eine Angabe der Geschwindigkeit mit negativem Vorzeichen, also  $v(t) = -g \cdot t - 5$ , ist ebenfalls möglich.)

# Klassifikation

Teil A       Teil B

## Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 2 Algebra und Geometrie

## Nebeninhaltsdimension:

- a) 4 Analysis
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) 4 Analysis

## Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

## Nebenhandlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) –
- c) A Modellieren und Transferieren

## Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) schwer
- c) schwer

## Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 1
- c) 2

**Thema:** Sonstiges

**Quellen:** [www.highestbridges.com/](http://www.highestbridges.com/),

Rrm998 – Own work, CC BY 3.0, <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:YangtzeRiver-Bridge.jpg>