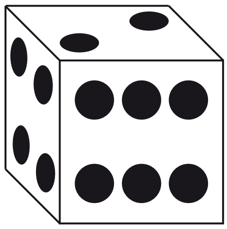
Würfelspiele*

Aufgabennummer: A_191

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Würfelspiele sind seit Jahrtausenden auf der ganzen Welt bekannt und beliebt.
Die im Folgenden beschriebenen Spiele werden mit herkömmlichen fairen Spielwürfeln gespielt, bei denen die Augenzahlen 1 bis 6 jeweils mit gleicher Wahrscheinlichkeit als Würfelergebnis auftreten.



a) Eines der beliebtesten Gesellschaftsspiele ist *Mensch ärgere Dich nicht*. Um eine Figur ins Spiel zu bringen, muss ein Sechser gewürfelt werden. In der 1. Runde darf jede Spielerin/jeder Spieler mit einem Würfel 3-mal würfeln.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei 3-maligem Würfeln mindestens 1 Sechser auftritt.

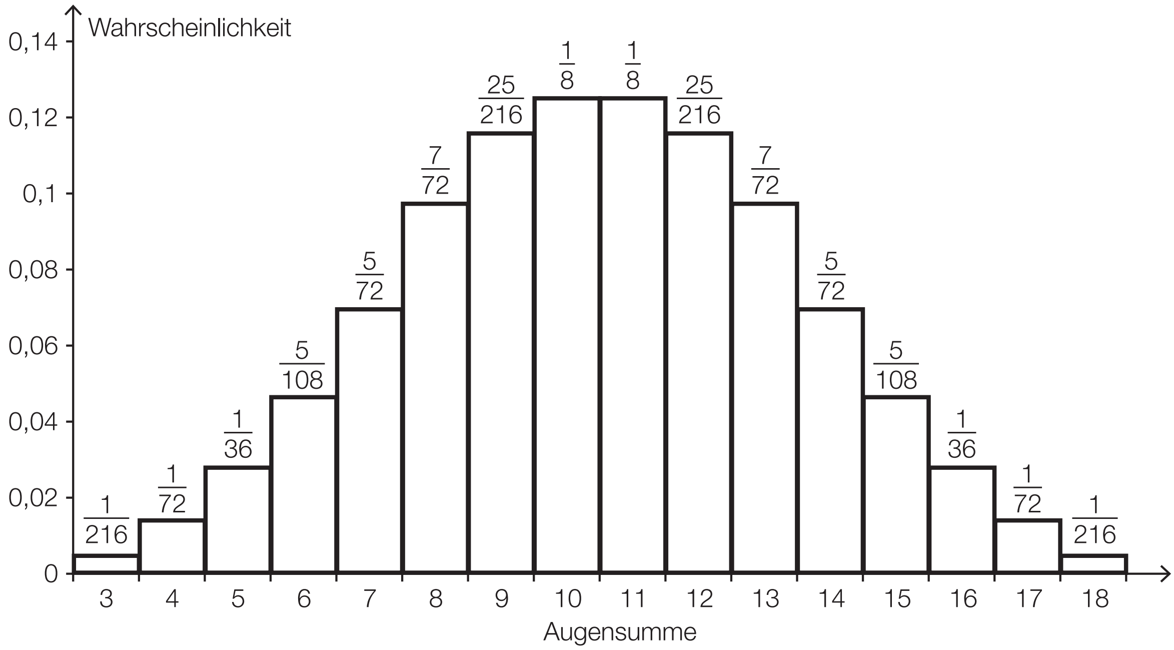
b) Beim Spiel *Siedler von Catan* wird mit 2 Würfeln gespielt. Wird die Augensumme 7 gewürfelt, tritt die Figur des Räubers in Aktion.

– Zeigen Sie, dass beim Werfen mit 2 Würfeln die Augensumme 7 häufiger auftritt als jede andere Augensumme.

* ehemalige Klausuraufgabe

c) Beim *Paschen* werden 3 Würfel geworfen und es wird die Augensumme ermittelt.

Im folgenden Diagramm ist zu jeder beim Werfen mit 3 Würfeln möglichen Augensumme die entsprechende Wahrscheinlichkeit dargestellt:



– Ermitteln Sie aus dem Diagramm, mit welcher Wahrscheinlichkeit eine Augensumme größer als 10 auftritt.

d) Das chinesische Spiel *Pat Cha* („Griff nach acht") wird mit 8 Würfeln gespielt. Jede Spielerin/jeder Spieler setzt auf eine der 6 Augenzahlen. Eine Spielerin/ein Spieler gewinnt, wenn mindestens 3 der 8 Würfel die gesetzte Zahl zeigen.

Martin setzt auf die Augenzahl 6.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Martin gewinnt.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) Berechnung mithilfe der Gegenwahrscheinlichkeit: $1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{91}{216} \approx 0{,}4213$

b) Tabelle:
(1, 1) (1, 2) (1, 3) (1, 4) (1, 5) (1, 6)
(2, 1) ...
...
(6, 1) (6, 2) ... (6, 6)

Die Augensumme 7 ergibt sich aus den 6 günstigen Ausgängen (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2) und (6, 1).
Für alle anderen Augensummen gibt es weniger günstige Ausgänge.

c) Aufgrund der Symmetrie der Wahrscheinlichkeitsfunktion beträgt die gesuchte Wahrscheinlichkeit genau 50 %.

oder:

Addition der Wahrscheinlichkeiten: $P(X = 11) + \ldots + P(X = 18) = 0{,}5$

d) Berechnung mittels Binomialverteilung: $n = 8$; $p = \frac{1}{6}$
$P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2) = 0{,}1348\ldots$

Die Wahrscheinlichkeit, dass Martin gewinnt, beträgt rund 13,5 %.

Lösungsschlüssel

a) 1 × A: für die Verwendung eines richtigen Modells (Gegenwahrscheinlichkeit oder Additionssatz)
1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit

b) 1 × D: für einen richtigen Nachweis

c) 1 × B: für das richtige Ermitteln der Wahrscheinlichkeit

d) 1 × A: für das Erkennen des richtigen Wahrscheinlichkeitsmodells (Binomialverteilung)
1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit