

## Wohnungen (2)\*

Aufgabennummer: B\_424

Technologieeinsatz:                      möglich                       erforderlich

Der Fachverband der Immobilien- und Vermögenstreuhänder erstellt Statistiken zu den Trends auf dem Immobilienmarkt. Es werden die ortsüblichen Kaufpreise und Mieten erhoben. Die Höhe der Kaufpreise bzw. der Mieten hängt in der Regel stark von der Größe, der Ausstattung und der Lage der Wohnungen ab.

- a) Für eine österreichische Landeshauptstadt hat der Fachverband der Immobilien- und Vermögenstreuhänder die Mietpreise in Euro pro m<sup>2</sup> für Wohnungen bis zu 60 m<sup>2</sup> mit gutem Wohnwert erhoben:

Ende des Jahres ...	Mietpreis in Euro pro m <sup>2</sup>
2003	8,10
2004	7,90
2005	8,20
2006	8,50
2007	8,80
2008	9,30
2009	9,60
2010	9,70
2011	10,30
2012	10,80

Der Mietpreis in Euro pro m<sup>2</sup> soll in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  in Jahren beschrieben werden.

- Ermitteln Sie mithilfe von linearer Regression eine Gleichung der zugehörigen Funktion. Wählen Sie  $t = 0$  für das Ende des Jahres 2003.
- Interpretieren Sie den Wert der Steigung dieser Regressionsfunktion im gegebenen Sachzusammenhang.
- Ermitteln Sie mithilfe dieser Regressionsfunktion eine Prognose für den Mietpreis pro m<sup>2</sup> für das Ende des Jahres 2018.

Ein anderes Modell verwendet zur Beschreibung der Mietpreisentwicklung die Funktion  $B$ .

$$B(t) = 7,77 \cdot 1,035^t$$

$t$  ... Zeit in Jahren ab Ende des Jahres 2003

$B(t)$  ... Mietpreis zur Zeit  $t$  in Euro pro m<sup>2</sup>

- Interpretieren Sie die Bedeutung des Parameters 1,035 im gegebenen Sachzusammenhang.

\* ehemalige Klausuraufgabe

- b) Laut einer Erhebung aus dem Jahr 2001 lebten im Bundesland Tirol in 303 632 Wohnungen 661 026 Personen. Die nachstehende Tabelle gibt die Anzahl dieser Wohnungen aufgelistet nach dem Merkmal „Anzahl der Wohnräume“ an.

Anzahl der Wohnräume	Anzahl der Wohnungen
1	19372
2	28973
3	61002
4	80331
5	56878
6	57076
Summe	303632

- Beschreiben Sie in Worten, was durch folgende Ausdrücke im gegebenen Sachzusammenhang berechnet wird:

(1)  $\frac{661\,026}{303\,632} \approx 2,18$

(2)  $\frac{1 \cdot 19372 + 2 \cdot 28973 + 3 \cdot 61002 + 4 \cdot 80331 + 5 \cdot 56878 + 6 \cdot 57076}{303632} \approx 3,98$

- c) Der durchschnittliche Preis für Eigentumswohnungen mit gutem Wohnwert wurde in einer Landeshauptstadt jeweils am Ende des Jahres erhoben.

Die nachstehende Tabelle gibt die prozentuelle Steigerung des Preises pro m<sup>2</sup> am Ende des Jahres gegenüber dem Preis pro m<sup>2</sup> am Ende des jeweiligen Vorjahres für die Jahre 2009 bis 2013 an.

Ende des Jahres ...	Preissteigerung gegenüber dem Preis pro m <sup>2</sup> am Ende des jeweiligen Vorjahres
2009	5,5 %
2010	1,2 %
2011	7,1 %
2012	6,7 %
2013	5,4 %

Am Ende des Jahres 2013 kostete eine Eigentumswohnung mit gutem Wohnwert durchschnittlich € 3.362 pro m<sup>2</sup>.

- Berechnen Sie den durchschnittlichen Preis pro m<sup>2</sup> für eine Eigentumswohnung mit gutem Wohnwert am Ende des Jahres 2010.  
 – Berechnen Sie die mittlere prozentuelle Preissteigerung pro Jahr für den Zeitraum von Anfang 2009 bis Ende 2013.

d) In einer Landeshauptstadt werden 90 % der Wohnungen als Wohnungen mit mittlerem Wohnwert eingestuft, 10 % der Wohnungen als Wohnungen mit gutem Wohnwert. 20 % der Wohnungen haben eine Größe von weniger als 60 m<sup>2</sup>. 16 % aller Wohnungen haben eine Größe von weniger als 60 m<sup>2</sup> und einen mittleren Wohnwert.

– Vervollständigen Sie die nachstehende Vierfeldertafel so, dass sie den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt.

	Wohnungsgröße weniger als 60 m <sup>2</sup>	Wohnungsgröße mindestens 60 m <sup>2</sup>	Summe
mittlerer Wohnwert			
guter Wohnwert			
Summe			

- Weisen Sie nach, dass die Merkmale „Wohnungsgröße“ und „Wohnwert“ (stochastisch) abhängig voneinander sind.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Wohnung weniger als 60 m<sup>2</sup> Wohnfläche hat, wenn man weiß, dass sie einen mittleren Wohnwert hat.

*Hinweis zur Aufgabe:*

*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.*

## Möglicher Lösungsweg

a) Lösung mittels Technologieeinsatz:

$$M(t) = 0,32 \cdot t + 7,69 \quad (\text{Koeffizienten gerundet})$$

Die Mietpreise pro m<sup>2</sup> sind im angegebenen Zeitraum um durchschnittlich rund € 0,32 pro Jahr angestiegen.

$$M(15) = 12,454... \approx 12,45$$

Gemäß diesem Modell beträgt der Mietpreis pro m<sup>2</sup> am Ende des Jahres 2018 rund € 12,45.

Der Änderungsfaktor 1,035 gibt an, dass die Mietpreise pro m<sup>2</sup> jährlich um 3,5 % steigen.

b) Der Ausdruck (1) gibt die durchschnittliche Anzahl der Personen pro Wohnung (rund 2,18) an.

Der Ausdruck (2) gibt die durchschnittliche Anzahl der Wohnräume pro Wohnung (rund 3,98) an.

$$\text{c) } \frac{3362}{1,054 \cdot 1,067 \cdot 1,071} = 2791,2... \approx 2791$$

Der durchschnittliche Preis pro m<sup>2</sup> für eine Eigentumswohnung mit gutem Wohnwert lag am Ende des Jahres 2010 bei rund € 2.791.

$$\sqrt[5]{1,055 \cdot 1,012 \cdot 1,071 \cdot 1,067 \cdot 1,054} - 1 = 0,05158... \approx 0,0516$$

Die mittlere prozentuelle Preissteigerung pro Jahr beträgt rund 5,16 %.

Die Berechnung des arithmetischen Mittels  $\left(\frac{0,055 + 0,012 + 0,071 + 0,067 + 0,054}{5} = 0,0518, \text{ also } 5,18 \%\right)$  ist nicht als richtig zu werten.

d)

	Wohnungsgröße weniger als 60 m <sup>2</sup>	Wohnungsgröße mindestens 60 m <sup>2</sup>	Summe
mittlerer Wohnwert	0,16	0,74	0,90
guter Wohnwert	0,04	0,06	0,10
Summe	0,20	0,80	

Für eine Unabhängigkeit der beiden Merkmale müsste z. B. gelten:

$$P(\text{„mittlerer Wohnwert und Größe weniger als } 60 \text{ m}^2\text{“}) = \\ = P(\text{„mittlerer Wohnwert“}) \cdot P(\text{„Größe weniger als } 60 \text{ m}^2\text{“})$$

Es gilt jedoch:  $0,16 \neq 0,9 \cdot 0,2$

$$P(\text{„Größe weniger als } 60 \text{ m}^2 \mid \text{„mittlerer Wohnwert“}) = \frac{0,16}{0,9} = 0,17777... \approx 0,1778$$

## Lösungsschlüssel

- a) 1 × B1: für das richtige Ermitteln einer Gleichung der Regressionsfunktion  
1 × C1: für die richtige Interpretation des Werts der Steigung im gegebenen Sachzusammenhang  
1 × B2: für das richtige Ermitteln der Prognose für das Ende des Jahres 2018  
1 × C2: für die richtige Interpretation des Werts 1,035 im gegebenen Sachzusammenhang
- b) 1 × C1: für die richtige Beschreibung von Ausdruck (1) im gegebenen Sachzusammenhang  
1 × C2: für die richtige Beschreibung von Ausdruck (2) im gegebenen Sachzusammenhang
- c) 1 × B1: für die richtige Berechnung des Preises pro m<sup>2</sup> am Ende des Jahres 2010  
1 × B2: für die richtige Berechnung der mittleren prozentuellen Preissteigerung pro Jahr
- d) 1 × A: für das richtige Vervollständigen der Vierfeldertafel  
1 × D: für den richtigen Nachweis der Abhängigkeit der Merkmale  
1 × B: für die richtige Berechnung der bedingten Wahrscheinlichkeit