Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Wasserquelle

Aufgabennummer: A_129		
Technologieeinsatz:	möglich ☒	erforderlich ☐

Unter dem *Volumenstrom* einer Wasserquelle versteht man dasjenige Wasservolumen, das pro Zeiteinheit durch die Öffnung der Quelle fließt. Man führt 3 unabhängige Messungen an einer Quelle durch, bei der im Laufe der Zeit der Volumenstrom abnimmt. Der Volumenstrom wird in der Einheit Liter pro Stunde (L/h) angegeben.

a) Zu Beginn der 1. Messung hat man einen Volumenstrom von 20 000 L/h.
Nach 150 h misst man 17 800 L/h.

– Stellen Sie eine Gleichung derjenigen Exponentialfunktion f auf, die den Volumenstrom in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt. Wählen Sie $t = 0$ für den Beginn der 1. Messung.

b) Während einer 2. Messung kann der Volumenstrom mit der Funktion g beschrieben werden:

$g(t) = 17\,000 \cdot e^{-0{,}01 \cdot t}$

t … Zeit in h
$g(t)$ … Volumenstrom zur Zeit t in L/h

– Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate des Volumenstroms in den ersten 12 Stunden dieser Messung.
– Interpretieren Sie die Bedeutung der 1. Ableitung von g zur Zeit $t = 5$ h im gegebenen Sachzusammenhang.

c) Während einer 3. Messung lässt sich der Volumenstrom mit der Funktion u beschreiben:

$u(t) = 15\,000 \cdot 0{,}998^t$

t … Zeit in h
$u(t)$ … Volumenstrom zur Zeit t in L/h

– Kreuzen Sie an, mit welchem Ausdruck das ausgetretene Wasservolumen in den ersten 9 Tagen berechnet werden kann. *[1 aus 5]*

$\int_0^{216} (15\,000 \cdot 0{,}998 \cdot t)\,\mathrm{d}t$	☐
$15\,000 + \int_0^{216} 0{,}998^t\,\mathrm{d}t$	☐
$\int_0^{9} (15\,000 + 0{,}998 \cdot t)\,\mathrm{d}t$	☐
$\int_0^{9} (15\,000 + 0{,}998^t)\,\mathrm{d}t$	☐
$15\,000 \cdot \int_0^{216} 0{,}998^t\,\mathrm{d}t$	☐

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) $f(t) = 20\,000 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

t ... Zeit in h
$f(t)$ ... Volumenstrom zur Zeit t in L/h

$17\,800 = 20\,000 \cdot e^{-\lambda \cdot 150}$
$\Rightarrow \quad \lambda = 0{,}0007768...$
$f(t) = 20\,000 \cdot e^{-0{,}0007768... \cdot t}$

oder:

$f(t) = 20\,000 \cdot 0{,}9992...^{t}$

b) $\frac{g(12) - g(0)}{12 - 0} = \frac{15\,077{,}647... - 17\,000}{12} = -160{,}196...$

Die mittlere Änderungsrate in den ersten 12 Stunden entspricht einer stündlichen Abnahme des Volumenstroms von rund 160,20 L/h.

$g'(5)$ ist die momentane Änderungsrate des Volumenstroms nach 5 Stunden.
Das heißt, 5 Stunden nach Beobachtungsbeginn nimmt der Volumenstrom pro Stunde ungefähr um den Wert $|g'(5)|$ ab.

c)

[...]	
[...]	
[...]	
[...]	
$15\,000 \cdot \int_0^{216} 0{,}998^t \, dt$	☒

Klassifikation

☒ Teil A ☐ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

a) 3 Funktionale Zusammenhänge
b) 4 Analysis
c) 4 Analysis

Nebeninhaltsdimension:

a) —
b) —
c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

a) A Modellieren und Transferieren
b) B Operieren und Technologieeinsatz
c) C Interpretieren und Dokumentieren

Nebenhandlungsdimension:

a) —
b) C Interpretieren und Dokumentieren
c) —

Schwierigkeitsgrad:

a) leicht
b) leicht
c) mittel

Punkteanzahl:

a) 1
b) 2
c) 1

Thema: Physik

Quellen: —