

Wasserquelle

Aufgabennummer: A_129

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Unter dem *Volumenstrom* einer Wasserquelle versteht man dasjenige Wasservolumen, das pro Zeiteinheit durch die Öffnung der Quelle fließt. Man führt 3 unabhängige Messungen an einer Quelle durch, bei der im Laufe der Zeit der Volumenstrom exponentiell abnimmt. Der Volumenstrom wird in der Einheit Liter pro Stunde (L/h) angegeben.

- a) Zu Beginn der 1. Messung fließen 20 000 L/h Wasser aus der Quelle.
Nach 150 Stunden misst man 17 800 L/h.

– Stellen Sie diejenige Gleichung der Funktion f auf, die den Volumenstrom in Abhängigkeit von der Zeit t in Stunden ab dem Beginn der Messung beschreibt.

- b) Der zu einem bestimmten Zeitpunkt der 2. Messung vorliegende Volumenstrom kann mit der Funktion g beschrieben werden:

$$g(t) = 17\,000 \cdot e^{-0,01 \cdot t}$$

t ... Zeit in Stunden (h)

$g(t)$... Volumenstrom in L/h zur Zeit t

- Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate des Volumenstroms in den ersten 12 Stunden dieser Messung.
– Erklären Sie, was die 1. Ableitung zum Zeitpunkt $t = 5$ h in diesem Sachzusammenhang angibt.

c) Der Volumenstrom verläuft bei der 3. Messung nach der Funktion u mit:

$$u(t) = 15\,000 \cdot 0,998^t$$

t ... Zeit in Stunden (h)

$u(t)$... Volumenstrom in L/h zur Zeit t

Die Fläche unter der Kurve ist ein Maß dafür, wie viel Liter Wasser insgesamt innerhalb der angegebenen Zeitgrenzen aus der Quelle geflossen sind.

– Kreuzen Sie an, mit welcher Rechnung das ausgetretene Wasservolumen der ersten 9 Tage berechnet werden kann. [1 aus 5]

$\int_0^{216} (15\,000 \cdot 0,998 \cdot t) dt$	<input type="checkbox"/>
$15\,000 + \int_0^{216} 0,998^t dt$	<input type="checkbox"/>
$\int_0^9 (15\,000 + 0,998 \cdot t) dt$	<input type="checkbox"/>
$\int_0^9 (15\,000 \cdot 0,998^t) dt$	<input type="checkbox"/>
$15\,000 \cdot \int_0^{216} 0,998^t dt$	<input type="checkbox"/>

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) $f(t) = 20\,000 \cdot e^{\lambda t}$

$$17\,800 = 20\,000 \cdot e^{\lambda \cdot 150}$$

$$e^{150 \cdot \lambda} = 0,89 \Rightarrow \lambda \approx -7,769 \cdot 10^{-4}$$

$$f(t) = 20\,000 \cdot e^{-0,0007769 \cdot t}$$

Die Aufgabe kann auch mit dem Abnahmefaktor gelöst werden:

$$f(t) = 20\,000 \cdot 0,9992^t$$

b) $g(0) = 17\,000$

$$g(12) \approx 15\,077,65$$

$$\frac{g(12) - g(0)}{12} = -160,196\dots$$

Die mittlere Änderungsrate in den ersten 12 Stunden entspricht einer stündlichen Abnahme des Volumenstroms von ca. 160,20 L/h.

$g'(5)$ entspricht der momentanen Änderungsrate des Volumenstroms zu diesem Zeitpunkt, das heißt, 5 Stunden nach dem Beobachtungsbeginn nimmt der Volumenstrom pro Stunde ungefähr um den Wert $g'(5)$ ab.

c)

[...]	
[...]	
[...]	
[...]	
$15\,000 \cdot \int_0^{216} 0,998^t dt$	<input checked="" type="checkbox"/>

Klassifikation

Teil A Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 4 Analysis
- c) 4 Analysis

Nebeninhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) —
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) C Interpretieren und Dokumentieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) —

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) mittel

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 2
- c) 1

Thema: Physik

Quellen: —