

Wasserkanal

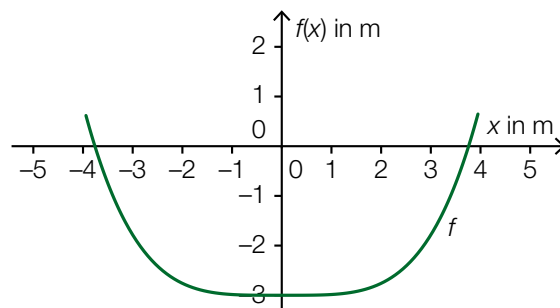
Aufgabennummer: A_032

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Die Querschnittsfläche eines Kanals ist unten von einer Randkurve begrenzt, die mit der Funktion f beschrieben werden kann, wobei der Wasserspiegel genau entlang der x -Achse verläuft (siehe nachstehende Abbildung).



a) – Dokumentieren Sie, wie man mithilfe der Differenzialrechnung den Winkel der Seitenwände bestimmen kann, den diese jeweils mit der x -Achse einschließen.

b) Für die Funktion f gilt:

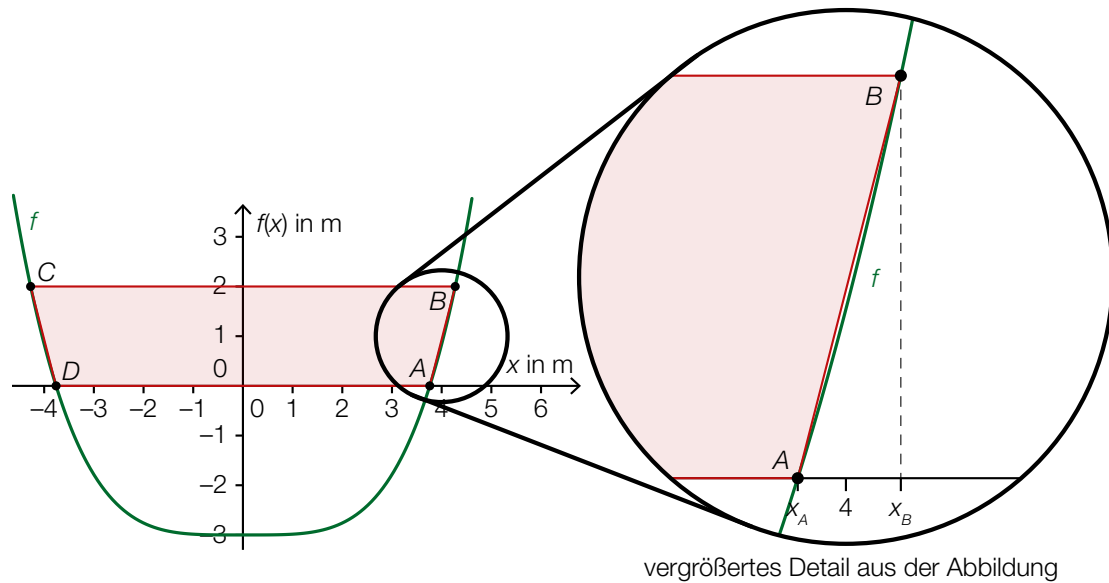
$$f(x) = 0,015 \cdot x^4 - 3$$

$x, f(x)$... Koordinaten in m

Das Wasser fließt mit einer Geschwindigkeit von 1,2 m/s durch den Kanal.

– Berechnen Sie, wie viele Kubikmeter Wasser pro Sekunde durch den Kanalquerschnitt fließen.

- c) Die Kanalhöhe wird durch Verlängerung der Randkurve bis zu einer Höhe von 2 m über dem Wasserspiegel vergrößert.
 Der Flächeninhalt der zusätzlichen Querschnittsfläche kann näherungsweise als Flächeninhalt des Vierecks $ABCD$ bestimmt werden. Der Flächeninhalt dieses Vierecks ist um $\Delta F \text{ m}^2$ kleiner als der tatsächliche Flächeninhalt der zusätzlichen Querschnittsfläche (siehe nachstehende Abbildung).



- Erstellen Sie eine Formel für ΔF mithilfe von x_A , x_B und f .

$\Delta F =$ _____

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

- a) Man muss zuerst die Steigungen des Funktionsgraphen an den beiden Nullstellen berechnen.
Hierzu leitet man die Funktion f ab und setzt die Nullstellen jeweils in die Ableitungsfunktion ein.
Die so erhaltenen Werte entsprechen jeweils dem Tangens des gesuchten Winkels.
Mit dem Arkustangens dieser Werte erhält man die gesuchten Winkel.

- b) Berechnung der Nullstellen von f mittels Technologieeinsatz: $x_1 \approx -3,76$ m, $x_2 \approx 3,76$ m

$$\int_{-3,76}^{3,76} (0,015 \cdot x^4 - 3) dx = 18,05$$

$$A = 18,05 \text{ m}^2$$

$$V = 18,05 \cdot 1,2 \approx 21,66$$

Der Durchfluss beträgt rund $21,66 \text{ m}^3/\text{s}$.

c)
$$\Delta F = 2 \cdot \left(x_B - x_A - \int_{x_A}^{x_B} f(x) dx \right)$$

Klassifikation

Teil A Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 4 Analysis
- b) 4 Analysis
- c) 2 Algebra und Geometrie

Nebeninhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) 4 Analysis

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) C Interpretieren und Dokumentieren
- b) A Modellieren und Transferieren
- c) A Modellieren und Transferieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) —
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) —

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) mittel

Punkteanzahl:

- a) 1
- b) 2
- c) 1

Thema: Tiefbau

Quellen: Alexander Schwarz, www.mathe-aufgaben.com;

<http://www.mathe-aufgaben.com/aufgaben/abitur/bw-berufliche-gymnasien.html>