

Wasserkanal

Aufgabennummer: A_032

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Die Querschnittsfläche eines Kanals ist unten von einer Randkurve begrenzt, die mit der Funktion f beschrieben werden kann, wobei der Wasserspiegel genau entlang der x -Achse verläuft (Abb. 1).

$$f(x) = 0,015 \cdot x^4 - 3$$

x ... horizontale Koordinate
in Metern (m)

$f(x)$... vertikale Koordinate eines Punktes auf der
Randkurve an der Stelle x in Metern (m)

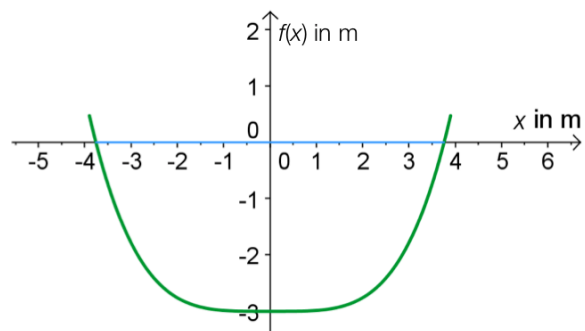


Abb. 1

- Das Wasser fließt mit einer Geschwindigkeit von 1,2 Metern pro Sekunde (m/s) durch den Kanal.
– Berechnen Sie, wie viele Kubikmeter Wasser pro Sekunde durch den Kanalquerschnitt fließen.
- Erklären Sie, wie man mithilfe der Differenzialrechnung den Winkel der Seitenwände bestimmen kann, den sie jeweils mit der x -Achse einschließen.
- Die Kanalhöhe wird durch Verlängerung der Randkurve bis zu einer Höhe von 2 m über dem Wasserspiegel vergrößert (Abb. 2).

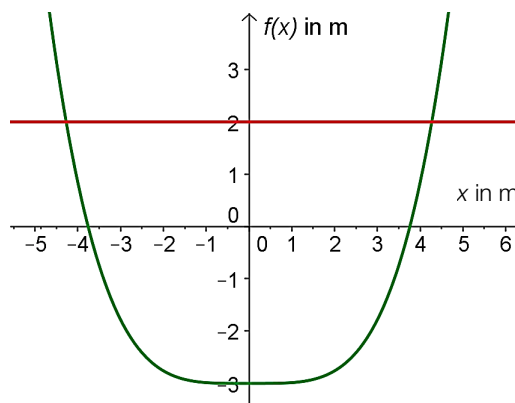


Abb. 2

- Finden Sie eine geometrische Figur, die die zusätzliche Querschnittsfläche näherungsweise beschreibt.
- Berechnen Sie den Flächeninhalt dieser Figur.

Hinweis zur Aufgabe:

Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

- a) Nullstellen mit Technologieeinsatz: $x_1 \approx -3,76$ m, $x_2 \approx 3,76$ m

$$\left| \int_{-3,76}^{3,76} (0,015 \cdot x^4 - 3) dx \right| = 18,05$$

$$A = 18,05 \text{ m}^2$$

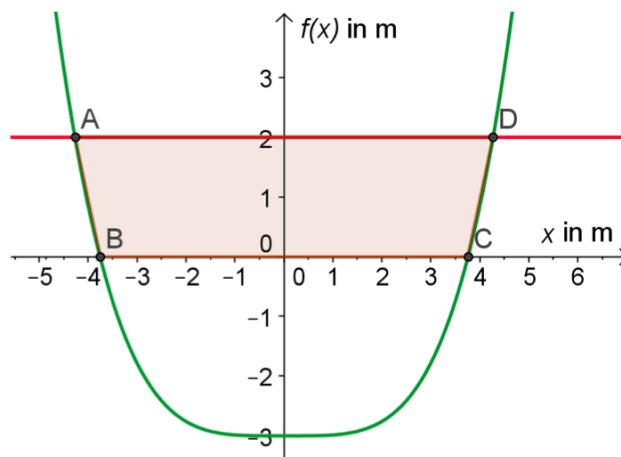
$$V = 18,05 \cdot 1,2 \approx 21,66$$

Der Durchfluss beträgt rund 21,66 m³/s.

- b) Man muss zuerst die Steigungen des Funktionsgraphen an den beiden Nullstellen berechnen. Hierzu leitet man die Funktion f ab und setzt die Nullstellen jeweils in die Ableitungsfunktion ein.

Die so erhaltenen Werte entsprechen jeweils dem Tangens des gesuchten Winkels. Mit der Umkehrfunktion Arkustangens erhält man die gesuchten Anstiegswinkel der Seitenwände. *Eine von Erklärungen begleitete Berechnung ist ebenfalls gültig.*

- c) Mit einem Trapez.



Höhe des Trapezes: 2 m, Grundlinie: ungefähr 7,5 m; Decklinie: rund 8,5 m

$$\text{Fläche des Trapezes: } \frac{(8,5 + 7,5) \cdot 2}{2} = 16$$

Die Vergrößerung der Querschnittsfläche beträgt rund 16 m².

Andere geometrische Figuren sind auch zulässig, z. B. Rechtecke.

Klassifikation

Teil A Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 4 Analysis
- b) 4 Analysis
- c) 2 Algebra und Geometrie

Nebeninhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) A Modellieren und Transferieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) —
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) leicht

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 2
- c) 2

Thema: Tiefbau

Quelle: Alexander Schwarz, www.mathe-aufgaben.com;
<http://www.mathe-aufgaben.com/aufgaben/abitur/bw-berufliche-gymnasien.html>