

Wachstum von Holzbeständen*

Aufgabennummer: A_192

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

- a) Bauer Waldner weiß, dass sich der Holzbestand seines Waldes um ca. 2,7 % pro Jahr bezogen auf das jeweilige Vorjahr vermehrt. Zum Zeitpunkt $t = 0$ beträgt der Holzbestand $36\,000 \text{ m}^3$.

- Stellen Sie eine Funktionsgleichung für diejenige Funktion f auf, die den Holzbestand in Abhängigkeit von der Zeit in Jahren angibt.
- Zeichnen Sie den Graphen der Funktion f im Zeitintervall $[0; 50]$.

- b) Der Holzbestand eines anderen Waldes kann näherungsweise mithilfe der Funktion g beschrieben werden:

$$g(t) = 31\,800 \cdot 1,025^t$$

t ... Zeit in Jahren

$g(t)$... Holzbestand zum Zeitpunkt t in Kubikmetern (m^3)

Wenn der Holzbestand auf $33\,000 \text{ m}^3$ angewachsen ist, wird so viel geschlägert, dass wieder der Holzbestand zum Zeitpunkt $t = 0$ vorliegt.

Für den Verkauf dieses geschlägerten Holzes betragen die Einnahmen € 96.000.

- Berechnen Sie den durchschnittlichen Verkaufspreis für 1 m^3 Holz.
- Berechnen Sie, nach welcher Zeit der Holzbestand auf $33\,000 \text{ m}^3$ angewachsen ist.

- c) Ein Student behauptet: „Um die relative Änderung r des Holzbestandes von einem Zeitpunkt t_1 bis zu einem späteren Zeitpunkt t_2 zu berechnen, subtrahiere ich vom Holzbestand zum Zeitpunkt t_2 den Holzbestand zum Zeitpunkt t_1 und dividiere die Differenz durch den Holzbestand zum Zeitpunkt t_1 .“

- Übersetzen Sie die Rechenanleitung des Studenten in eine Formel.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) $f(t) = 36\,000 \cdot 1,027^t$

t ... Zeit in Jahren

$f(t)$... Holzbestand zum Zeitpunkt t in m^3



b) Verkauft wurden $1\,200 \text{ m}^3$, daher betrug der durchschnittliche Preis pro Kubikmeter € 80.

$$33\,000 = 31\,800 \cdot 1,025^t$$

$$t = \frac{\ln(33\,000) - \ln(31\,800)}{\ln(1,025)} = 1,50\dots$$

Nach etwa 1,5 Jahren beträgt der Holzbestand $33\,000 \text{ m}^3$.

c) $r = \frac{h(t_2) - h(t_1)}{h(t_1)}$

r ... relative Änderung

t_1, t_2 ... Zeitpunkte

$h(t_1), h(t_2)$... Holzbestand zum Zeitpunkt t_1 bzw. t_2

Lösungsschlüssel

a) 1 × A: für das richtige Aufstellen der Funktionsgleichung

1 × B: für das richtige Zeichnen des Funktionsgraphen

b) 1 × B1: für die richtige Berechnung des durchschnittlichen Preises pro Kubikmeter

1 × B2: für die richtige Berechnung der Zeit, nach der der Holzbestand auf $33\,000 \text{ m}^3$ angewachsen ist

c) 1 × A: für die richtige Übersetzung der Rechenanleitung in eine Formel