

Virusinfektion

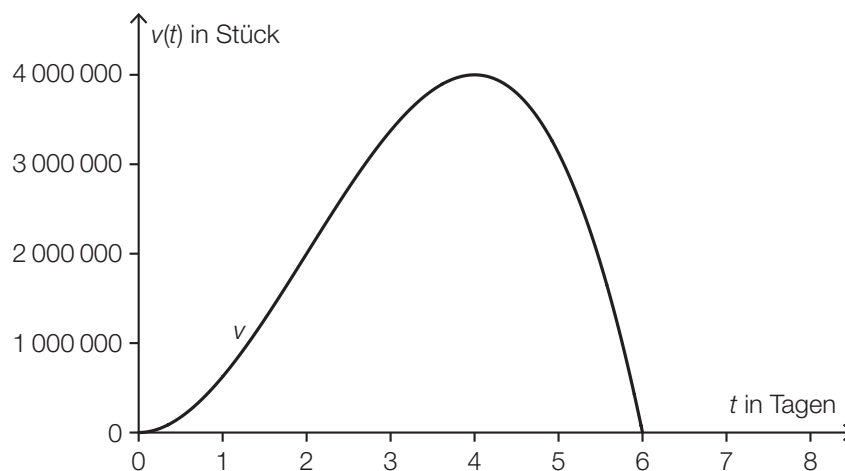
Aufgabennummer: A_115

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Die Anzahl der Viren in 1 ml Blut im Verlauf einer leichten Viruserkrankung lässt sich näherungsweise durch die Funktion v beschreiben:



t ... Zeit seit Beginn der Erkrankung in Tagen

$v(t)$... Anzahl der Viren in 1 ml Blut zur Zeit t

a) Die Gleichung $v(t) = 3 \cdot 10^6$ hat die positiven Lösungen t_1 und t_2 (mit $t_1 < t_2$).

- Markieren Sie die Lösungen t_1 und t_2 in der obigen Abbildung.
- Interpretieren Sie t_1 und t_2 im gegebenen Sachzusammenhang.

b) Die Funktion v ist eine Polynomfunktion.

- Argumentieren Sie unter Bezugnahme auf die obige Abbildung, dass v mindestens den Grad 3 haben muss.

c) Die Funktion v kann in folgender Form angegeben werden:

$$v(t) = a \cdot (6 - t) \cdot t^2 \text{ mit } a \in \mathbb{R}^+$$

- Beweisen Sie mithilfe dieser Funktionsgleichung, dass v folgende Eigenschaften hat:
 - (1) v hat die Nullstellen $t = 0$ und $t = 6$.
 - (2) v hat die Maximumstelle $t = 4$.
 - (3) v hat die Wendestelle $t = 2$.

d) Die Funktion v kann in folgender Form angegeben werden:

$$v(t) = a \cdot (6 - t) \cdot t^2 \text{ mit } a \in \mathbb{R}^+$$

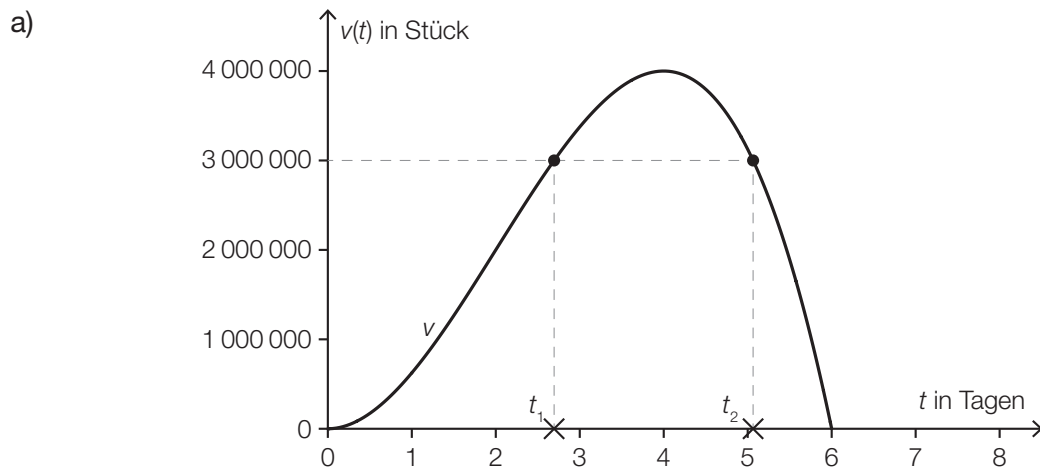
Nach 4 Tagen befinden sich 4 Millionen Viren in 1 ml Blut.

– Berechnen Sie den Parameter a .

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg



t_1 und t_2 sind diejenigen Zeitpunkte, zu denen in 1 ml Blut 3 Millionen Viren enthalten sind.

b) v hat eine Wendestelle. Polynomfunktionen vom Grad 1 und vom Grad 2 haben jedoch keine Wendestellen. Daher muss v mindestens den Grad 3 haben.

c) (1) $v(0) = a \cdot (6 - 0) \cdot 0^2 = a \cdot 6 \cdot 0 = 0$ und $v(6) = a \cdot (6 - 6) \cdot 6^2 = a \cdot 0 \cdot 36 = 0$
Also sind $t = 0$ und $t = 6$ Nullstellen von v .

$$\begin{aligned} v(t) &= a \cdot (6 - t) \cdot t^2 = 6 \cdot a \cdot t^2 - a \cdot t^3 \\ v'(t) &= 12 \cdot a \cdot t - 3 \cdot a \cdot t^2 \\ v''(t) &= 12 \cdot a - 6 \cdot a \cdot t \\ v'''(t) &= -6 \cdot a \end{aligned}$$

(2) $v'(4) = 12 \cdot a \cdot 4 - 3 \cdot a \cdot 4^2 = 0$
 $v''(4) = 12 \cdot a - 6 \cdot a \cdot 4 = -12 \cdot a < 0$
Wegen $v'(4) = 0$ und $v''(4) < 0$ ist $t = 4$ eine Maximumstelle von v .

(3) $v''(2) = 12 \cdot a - 6 \cdot a \cdot 2 = 0$
 $v'''(2) = -6 \cdot a < 0$
Wegen $v''(2) = 0$ und $v'''(2) \neq 0$ ist $t = 2$ eine Wendestelle von v .

d) $v(4) = 4 \cdot 10^6$
 $a \cdot (6 - 4) \cdot 4^2 = 4 \cdot 10^6 \Rightarrow a = 125000$

Klassifikation

Teil A Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 4 Analysis
- d) 3 Funktionale Zusammenhänge

Nebeninhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 4 Analysis
- c) 3 Funktionale Zusammenhänge
- d) 2 Algebra und Geometrie

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) C Interpretieren und Dokumentieren
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) D Argumentieren und Kommunizieren
- d) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

- a) —
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) B Operieren und Technologieeinsatz
- d) —

Schwierigkeitsgrad:

Punkteanzahl:

- | | |
|-----------|------|
| a) leicht | a) 2 |
| b) leicht | b) 1 |
| c) schwer | c) 3 |
| d) mittel | d) 1 |

Thema: Medizin

Quellen: —