

## Verzinsung\*

Aufgabennummer: A\_256

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

a) Auf einem Konto werden € 3.000 angelegt.

Für eine Zeitspanne von 3 Jahren wird dieser Betrag mit 5 % pro Jahr verzinst, anschließend für 2 Jahre mit 1 % pro Jahr.

– Ermitteln Sie den Kontostand nach 5 Jahren  $K_5$ .

Bei einem konstanten Jahreszinssatz  $i$  wäre der Kontostand nach 5 Jahren auf denselben Wert  $K_5$  angewachsen.

– Bestimmen Sie diesen Jahreszinssatz  $i$ .

b) Die Basisformel für die Zinseszinsrechnung lautet:

$$K_n = K_0 \cdot (1 + i)^n$$

$K_0$  ... Anfangskapital

$K_n$  ... Kapital nach  $n$  Jahren

$i$  ... Jahreszinssatz

Nach einer bestimmten Anzahl von Jahren  $n_2$  hat sich das Anfangskapital verdoppelt.

– Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung von  $n_2$  aus  $i$ .

$$n_2 = \underline{\hspace{10cm}}$$

Zur näherungsweisen Berechnung von  $n_2$  kann die sogenannte *0,69er-Regel* verwendet werden:

$$n_2 \approx \frac{0,69}{i} + 0,35$$

– Überprüfen Sie nachweislich, ob die 0,69er-Regel für  $i = 0,04$  eine gute Näherung von  $n_2$  ergibt.

*Hinweis zur Aufgabe:*

*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.*

## Möglicher Lösungsweg

a)  $K_5 = 3000 \cdot 1,05^3 \cdot 1,01^2 = 3542,679\dots$

Der Kontostand nach 5 Jahren beträgt € 3.542,68.

$$1 + i = \sqrt[5]{1,05^3 \cdot 1,01^2} = 1,0338\dots \approx 1,034 \quad \text{oder:} \quad 3542,679\dots = 3000 \cdot (1 + i)^5$$

$$i = \sqrt[5]{\frac{3542,679\dots}{3000}} - 1 = 0,0338\dots$$

Der Jahreszinssatz beträgt rund 3,4 %.

b)  $2 = (1 + i)^{n_2}$

$$n_2 = \frac{\ln(2)}{\ln(1 + i)}$$

Auch das Erstellen der Formel mit Logarithmen zu einer anderen Basis ist als richtig zu werten.

$i$	$n_2 = \frac{\ln(2)}{\ln(1 + i)}$	$n_2 \approx \frac{0,69}{i} + 0,35$
0,04	17,67...	17,6

Die 0,69er-Regel ergibt also für  $i = 0,04$  eine gute Näherung von  $n_2$ .

## Lösungsschlüssel

a) 1 × B1: für das richtige Ermitteln des Kontostands nach 5 Jahren

1 × B2: für das richtige Bestimmen des Jahreszinssatzes

b) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel für  $n_2$

Auch das Erstellen der Formel mit Logarithmen zu einer anderen Basis ist als richtig zu werten.

1 × D: für die richtige nachweisliche Überprüfung