

Tunnelzelte

Aufgabennummer: A_131

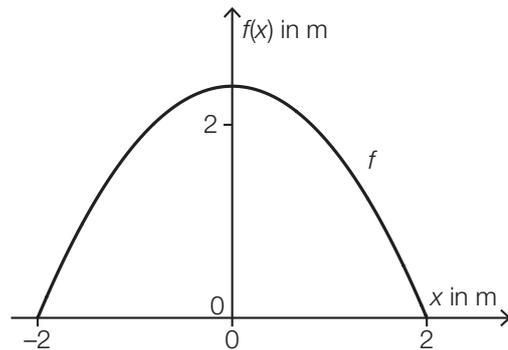
Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Aufblasbare Tunnelzelte erfreuen sich als Messestände immer größerer Beliebtheit.

- a) In der nebenstehenden Abbildung ist die innere Querschnittsfläche eines Tunnelzelts dargestellt. Sie kann durch den Graphen einer quadratischen Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ beschrieben werden.



– Kreuzen Sie die für die Koeffizienten von f zutreffenden Bedingungen an. [1 aus 5]

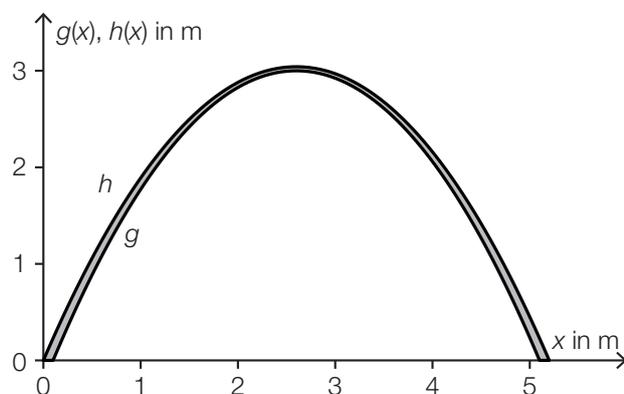
$a > 0, b = 0, c > 0$	<input type="checkbox"/>
$a < 0, b = 0, c > 0$	<input type="checkbox"/>
$a > 0, b > 0, c < 0$	<input type="checkbox"/>
$a < 0, b < 0, c > 0$	<input type="checkbox"/>
$a > 0, b > 0, c > 0$	<input type="checkbox"/>

- b) In der nebenstehenden Abbildung ist die Querschnittsfläche eines Tunnelzelts dargestellt. Die Querschnittsfläche der Innenhaut wird durch den Graphen der Funktion g , jene der Außenhaut durch den Graphen der Funktion h beschrieben.

$$g(x) = -0,48 \cdot x^2 + 2,496 \cdot x - 0,2448$$

$$h(x) = -0,45 \cdot x^2 + 2,34 \cdot x$$

$x, g(x), h(x)$... Koordinaten in m



Der Bereich zwischen der Innen- und der Außenhaut muss mit Luft gefüllt werden.

– Berechnen Sie das zum Aufblasen benötigte Luftvolumen bei einer Zeltlänge von 5 m.

- c) Die nachstehende *allgemeine Gasgleichung* beschreibt den Zusammenhang verschiedener physikalischer Größen für ein Gas (z. B. Luft):

$$p \cdot V = n \cdot 8,314 \cdot T$$

p ... Druck in Pascal (Pa)

V ... Volumen in m^3

n ... Stoffmenge in Mol

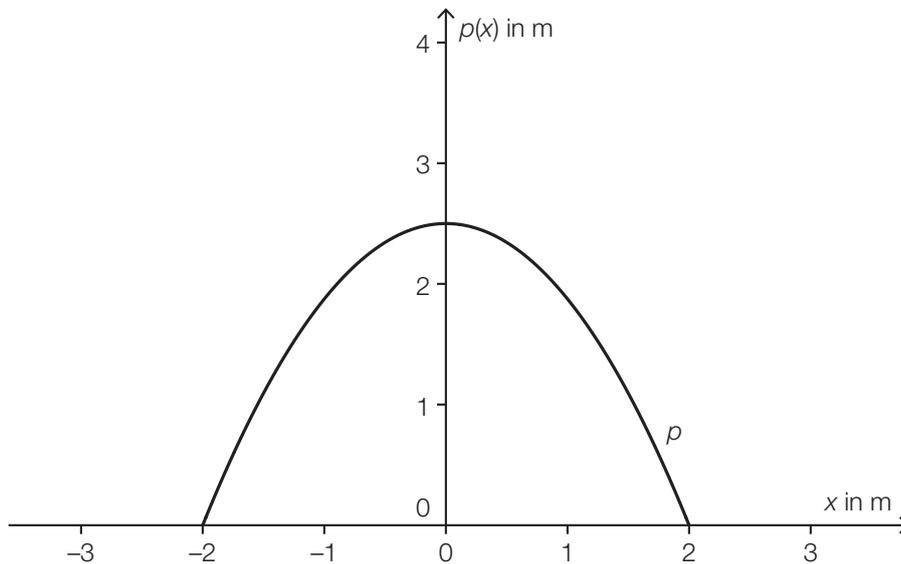
T ... Temperatur in Kelvin (K)

1 Mol Luft enthält rund $6,022 \cdot 10^{23}$ Teilchen.

Zum Aufblasen eines Zeltes werden 4 m^3 Luft benötigt.

- Berechnen Sie, wie viele Teilchen in diesem Luftvolumen unter einem Druck von $303\,000 \text{ Pa}$ bei einer Temperatur von 293 K enthalten sind.

- d) In der nachstehenden Abbildung ist die Außenhülle eines Zeltes, die durch den Graphen einer geraden Funktion p modelliert wurde, dargestellt.



In einer Höhe von 2 m werden an der linken und an der rechten Seite der Außenhülle Seile angebracht. Diese werden so gespannt und am Boden befestigt, dass sie wie eine Tangente an die Außenhülle verlaufen.

– Zeichnen Sie in der obigen Abbildung die Seile ein.

Eine Funktion f wird *gerade* genannt, wenn für alle x aus ihrem Definitionsbereich gilt:

$$f(x) = f(-x)$$

Eine Funktion f wird *ungerade* genannt, wenn für alle x aus ihrem Definitionsbereich gilt:

$$f(x) = -f(-x)$$

Mit der folgenden Rechnung wird gezeigt, dass die Ableitung jeder geraden Funktion f ungerade ist:

$$f(x) = f(-x) \Rightarrow f'(x) \stackrel{(1)}{=} f'(-x) \cdot (-1) = -f'(-x)$$

– Erklären Sie den mit (1) gekennzeichneten Rechenschritt unter Angabe der entsprechenden Ableitungsregel.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a)

$a < 0, b = 0, c > 0$	<input checked="" type="checkbox"/>

b) Berechnung der Nullstellen von g und h mittels Technologieeinsatz:Nullstellen von g : $x_1 = 0,1, x_2 = 5,1$ Nullstellen von h : $x_3 = 0, x_4 = 5,2$

Flächeninhalt der Querschnittsfläche zwischen der Innen- und der Außenhaut:

$$\int_0^{5,2} h(x) dx - \int_{0,1}^{5,1} g(x) dx = 0,5456$$

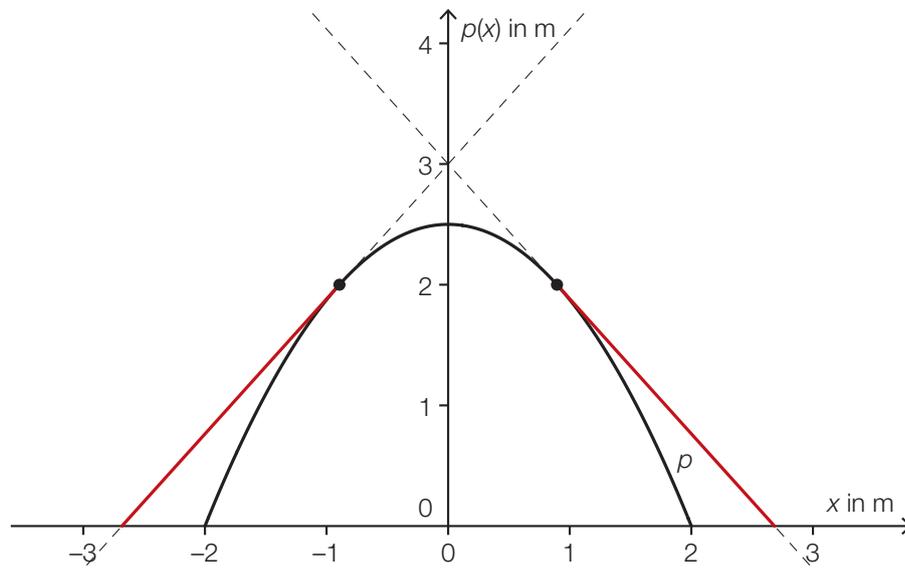
Luftvolumen: $0,5456 \cdot 5 = 2,728 \text{ m}^3$ Das benötigte Luftvolumen beträgt $2,728 \text{ m}^3$.

$$\text{c) } n = \frac{p \cdot V}{8,314 \cdot T} = \frac{303000 \cdot 4}{8,314 \cdot 293} = 497,53\dots$$

$$497,53\dots \cdot 6,022 \cdot 10^{23} = 2,9\dots \cdot 10^{26}$$

Es sind rund $3 \cdot 10^{26}$ Teilchen enthalten.

d)



Es wurde die Kettenregel angewendet („äußere Ableitung \times innere Ableitung“).
Der Faktor (-1) ist die Ableitung der inneren Funktion: $(-x)' = -1$

Klassifikation

Teil A Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 2 Algebra und Geometrie
- d) 4 Analysis

Nebeninhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) 3 Funktionale Zusammenhänge
- d) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) C Interpretieren und Dokumentieren
- b) A Modellieren und Transferieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz
- d) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

- a) —
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) —
- d) D Argumentieren und Kommunizieren

Schwierigkeitsgrad:

Punkteanzahl:

- | | |
|-----------|------|
| a) leicht | a) 1 |
| b) mittel | b) 2 |
| c) mittel | c) 1 |
| d) schwer | d) 2 |

Thema: Sonstiges

Quellen: —