

Sozialausgaben (2)*

Aufgabennummer: B_482

Technologieeinsatz: möglich erforderlich

Sozialausgaben sind Geldleistungen, die der Staat Personen in bestimmten Lebenslagen zur Verfügung stellt.

Die Sozialausgaben in Österreich für ausgewählte Jahre im Zeitraum von 1990 bis 2015 sind in der nachstehenden Tabelle angegeben (Werte gerundet).

Jahr	Sozialausgaben in Milliarden Euro
1990	35,5
1995	51,0
2000	59,8
2005	71,2
2010	87,8
2015	102,5

Datenquelle: Statistik Austria (Hrsg.): *Statistisches Jahrbuch Österreichs 2017*. Wien: Verlag Österreich 2016, S. 224.

- a) Die Sozialausgaben sollen in Abhängigkeit von der Zeit t in Jahren ab 1990 näherungsweise durch eine lineare Funktion beschrieben werden.
- 1) Ermitteln Sie eine Gleichung der zugehörigen linearen Regressionsfunktion S_1 . Wählen Sie $t = 0$ für das Jahr 1990.
 - 2) Interpretieren Sie den Wert der Steigung von S_1 im gegebenen Sachzusammenhang.
 - 3) Ermitteln Sie mithilfe von S_1 eine Prognose für die Sozialausgaben im Jahr 2020.

- b) 1) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang:

$$\sqrt[5]{\frac{87,8}{71,2}} - 1 \approx 0,043$$

Eine Sozialwissenschaftlerin geht von der Annahme aus, dass die Sozialausgaben in Österreich seit dem Jahr 2015 jährlich um 2,5 % bezogen auf das jeweilige Vorjahr steigen.

Dieses Modell soll durch eine Funktion S_2 beschrieben werden.

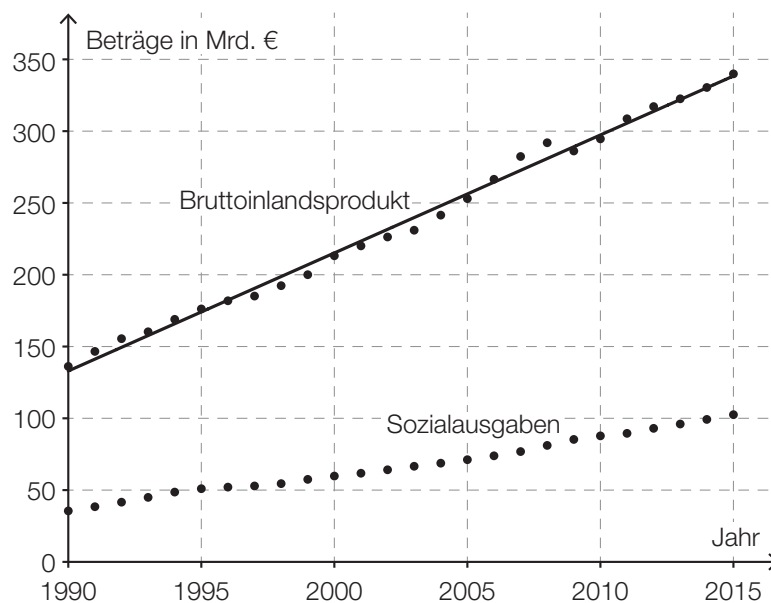
t ... Zeit ab 2015 in Jahren

$S_2(t)$... Sozialausgaben zur Zeit t in Milliarden Euro

- 2) Erstellen Sie eine Gleichung der Funktion S_2 .

Wählen Sie $t = 0$ für das Jahr 2015.

- c) In der nachstehenden Abbildung sind das Bruttoinlandsprodukt und die Sozialausgaben Österreichs für den Zeitraum von 1990 bis 2015 dargestellt. Weiters ist die Regressionsgerade für das Bruttoinlandsprodukt für diesen Zeitraum eingezeichnet.

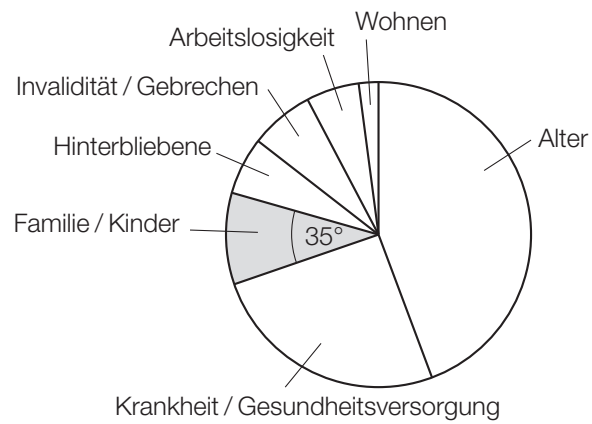


- 1) Ermitteln Sie den Wert der Steigung der Regressionsgeraden für das Bruttoinlandsprodukt.

Die Sozialquote ist das Verhältnis der Sozialausgaben zum Bruttoinlandsprodukt.

- 2) Ermitteln Sie die Sozialquote für das Jahr 2015.

- d) Die Verteilung der Sozialausgaben von insgesamt 102,5 Milliarden Euro für das Jahr 2015 ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt. Der Bereich „Familie/Kinder“ ist markiert.



- 1) Ermitteln Sie den Betrag, der im Jahr 2015 für den Bereich „Familie/Kinder“ ausgegeben worden ist.

Möglicher Lösungsweg

a1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$$S_1(t) = 2,61 \cdot t + 35,3 \quad (\text{Koeffizienten gerundet})$$

t ... Zeit in Jahren ($t = 0$ für das Jahr 1990)

$S_1(t)$... Sozialausgaben zur Zeit t in Milliarden Euro

a2) Gemäß diesem Modell steigen die Sozialausgaben um rund 2,61 Milliarden Euro pro Jahr.

a3) $S_1(30) = 2,61 \cdot 30 + 35,3 = 113,64\dots$

Für das Jahr 2020 sind Sozialausgaben in Höhe von rund 113,6 Milliarden Euro zu erwarten.

b1) Im Zeitraum von 2005 bis 2010 stiegen die Sozialausgaben um durchschnittlich rund 4,3 % pro Jahr.

b2) $S_2(t) = 102,5 \cdot 1,025^t$

c1) Steigung $k \approx \frac{340 - 140}{25} = 8$

Toleranzbereich: $[7; 9]$

c2) Sozialquote für 2015: $\frac{102,5}{340} = 0,301\dots$

Toleranzbereich: $[0,285; 0,320]$

d1) $102,5 \cdot \frac{35^\circ}{360^\circ} = 9,9\dots$

Für den Bereich „Familie/Kinder“ sind im Jahr 2015 rund 10 Mrd. Euro ausgegeben worden.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Gleichung der Regressionsfunktion

a2) 1 × C: für das richtige Interpretieren des Wertes der Steigung der Regressionsfunktion im gegebenen Sachzusammenhang

a3) 1 × B2: für das richtige Ermitteln der Prognose

b1) 1 × C: für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang

b2) 1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung

c1) 1 × A: für das richtige Ermitteln des Wertes der Steigung (Toleranzbereich: $[7; 9]$)

c2) 1 × B: für das richtige Ermitteln der Sozialquote (Toleranzbereich: $[0,285; 0,320]$)

d1) 1 × B: für das richtige Ermitteln des Betrags