

Schmuckstücke

Aufgabennummer: A_241

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Ein Goldschmied fertigt Schmuckstücke nach kreisrunden Designvorlagen.

- a) Die kreisrunde Designvorlage für einen Ohrring wird durch eine Trennlinie geteilt, die durch den Graphen einer Polynomfunktion 3. Grades f beschrieben werden kann (siehe Abbildung 1).

- Stellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von f auf.
- Berechnen Sie diese Koeffizienten.

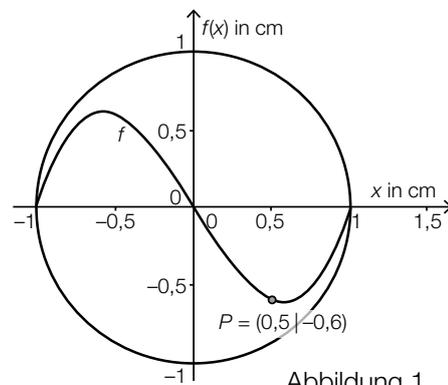


Abbildung 1

- b) Die kreisrunde Designvorlage für einen Armbandanhänger wird durch die in Abbildung 2 veranschaulichte Fläche zwischen den beiden Funktionsgraphen von g und h geteilt.

$$h(x) = \frac{8}{9} \cdot x^3 - \frac{8}{9} \cdot x$$

$$g(x) = a \cdot h(x) \text{ mit } a > 0$$

$x, g(x), h(x)$... Koordinaten in cm

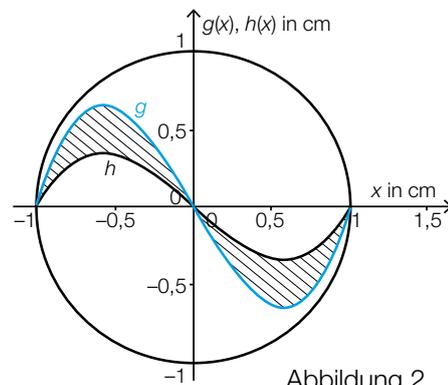


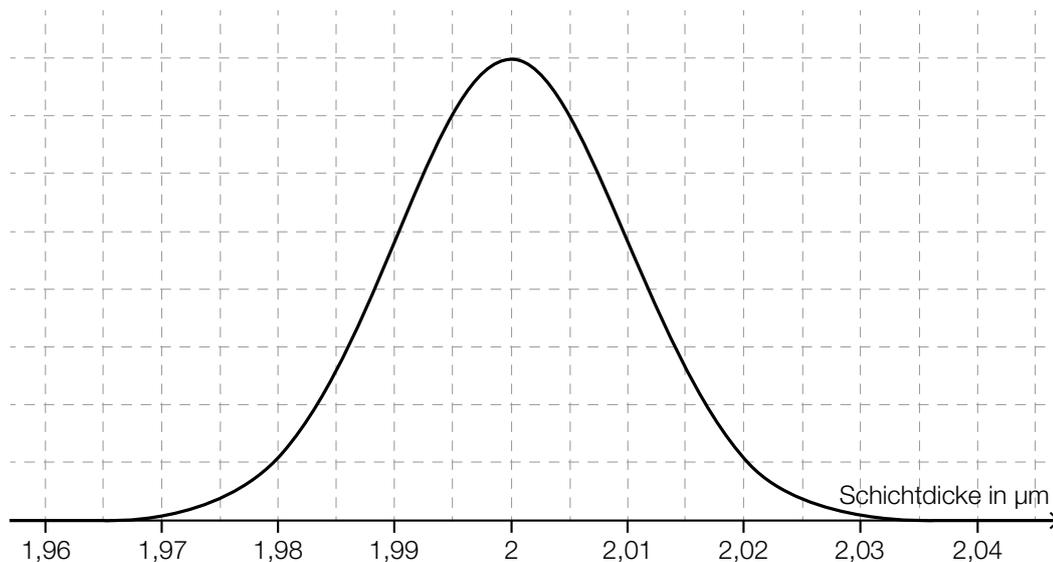
Abbildung 2

- Erklären Sie, was eine Multiplikation einer Funktion mit einem Faktor $a > 1$ bewirkt.
- Begründen Sie, warum gilt: $\int_{-1}^1 (g(x) - h(x)) dx = 0$
- Bestimmen Sie den Faktor a so, dass der schraffierte Flächeninhalt $0,4 \text{ cm}^2$ beträgt.

- c) – Ordnen Sie den beiden Satzanfängen jeweils das richtige Satzende aus A bis D zu.
[2 zu 4]

| | | | |
|---|--|---|--|
| Wird der Radius einer kreisrunden Designvorlage um 50 % vergrößert, ... | | A | ... so verdoppelt sich der Flächeninhalt. |
| Wird der Radius einer kreisrunden Designvorlage verdoppelt, ... | | B | ... so steigt der Flächeninhalt auf das 1,5-Fache an. |
| | | C | ... so vervierfacht sich der Flächeninhalt. |
| | | D | ... so steigt der Flächeninhalt auf das 2,25-Fache an. |

- d) Die Schmuckstücke werden mit einer Goldschicht überzogen. Die Schichtdicke in Mikrometern (μm) aller produzierten Schmuckstücke ist annähernd normalverteilt. In der nachstehenden Grafik ist der Graph der zugehörigen Dichtefunktion dargestellt.



- Lesen Sie den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ ab.
- Veranschaulichen Sie in der obigen Grafik die Wahrscheinlichkeit, dass die Schichtdicke eines zufällig ausgewählten Schmuckstücks maximal 1,995 μm beträgt.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

I: $f(-1) = 0$ $-a + b - c + d = 0$

II: $f(0) = 0$ $d = 0$

III: $f(1) = 0$ *oder* $a + b + c + d = 0$

IV: $f(0,5) = -0,6$ $0,125 \cdot a + 0,25 \cdot b + 0,5 \cdot c + d = -0,6$

Lösung mittels Technologieeinsatz:

$a = 1,6, b = 0, c = -1,6, d = 0$

- b) Die Multiplikation einer Funktion mit einem Faktor $a > 1$ bewirkt eine vertikale Streckung des Graphen um den Faktor a . (Die Null-, Extrem- und Wendestellen bleiben an der gleichen Stelle, nur deren y -Koordinaten werden mit a multipliziert.)

$\int_{-1}^1 (g(x) - h(x)) dx = 0$, da die Fläche rechts von der y -Achse genau der Fläche links von der y -Achse, jedoch mit negativem Vorzeichen entspricht.

$$\int_{-1}^0 \left(\frac{8 \cdot a \cdot x^3}{9} - \frac{8 \cdot a \cdot x}{9} - \frac{8 \cdot x^3}{9} + \frac{8}{9} \cdot x \right) dx = 0,2$$

Lösung mittels Technologieeinsatz:

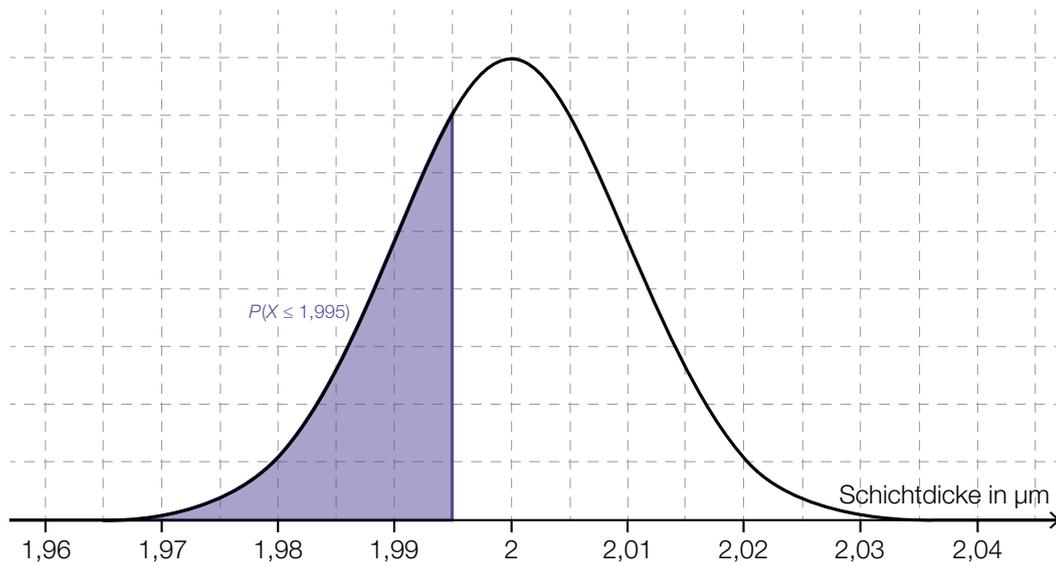
$a = 1,9$

c)

| | |
|---|---------------|
| Wird der Radius einer kreisrunden Designvorlage um 50 % vergrößert, ... | \mathcal{D} |
| Wird der Radius einer kreisrunden Designvorlage verdoppelt, ... | \mathcal{C} |

| | |
|---|--|
| A | ... so verdoppelt sich der Flächeninhalt. |
| B | ... so steigt der Flächeninhalt auf das 1,5-Fache an. |
| C | ... so vervierfacht sich der Flächeninhalt. |
| D | ... so steigt der Flächeninhalt auf das 2,25-Fache an. |

- d) $\mu = 2 \mu\text{m}$ (Extremstelle) und $\sigma = 0,01 \mu\text{m}$ (Entfernung Extremstelle – Wendestelle)
Toleranzbereich für σ : $[0,005 \mu\text{m}; 0,015 \mu\text{m}]$



Klassifikation

Teil A Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 2 Algebra und Geometrie
- d) 5 Stochastik

Nebeninhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 4 Analysis
- c) —
- d) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) C Interpretieren und Dokumentieren
- d) C Interpretieren und Dokumentieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) A Modellieren und Transferieren, B Operieren und Technologieeinsatz
- c) —
- d) A Modellieren und Transferieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) leicht
- b) schwer
- c) leicht
- d) mittel

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 3
- c) 1
- d) 2

Thema: Design

Quellen: —