

Riesenpizza*

Aufgabennummer: A_238

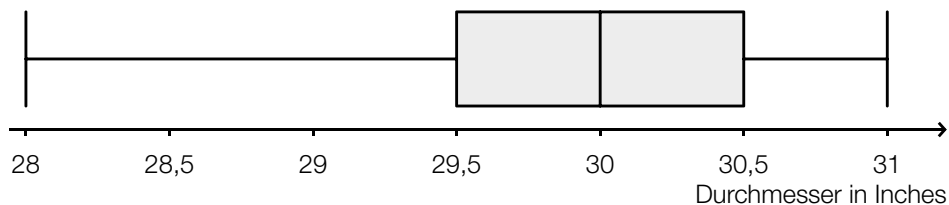
Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

In den USA wird die Größe einer Pizza durch ihren Durchmesser (in Inches) angegeben. Im Folgenden werden Pizzen immer als kreisrund angenommen.

- a) Bei 30-Inch-Pizzen verschiedener Lieferanten wurde der tatsächliche Durchmesser bestimmt. Die Messergebnisse sind im folgenden Boxplot zusammengefasst:



– Lesen Sie die Spannweite ab.

Irrtümlich wurde beim Erfassen der Messwerte bei einer Pizza statt eines Durchmessers von 28,5 Inch ein Durchmesser von 29 Inch notiert.

– Erklären Sie, warum dieser Fehler den Boxplot nicht beeinflusst.

- b) – Zeigen Sie allgemein, dass der Flächeninhalt einer (kreisrunden) Pizza vervierfacht wird, wenn ihr Durchmesser verdoppelt wird.

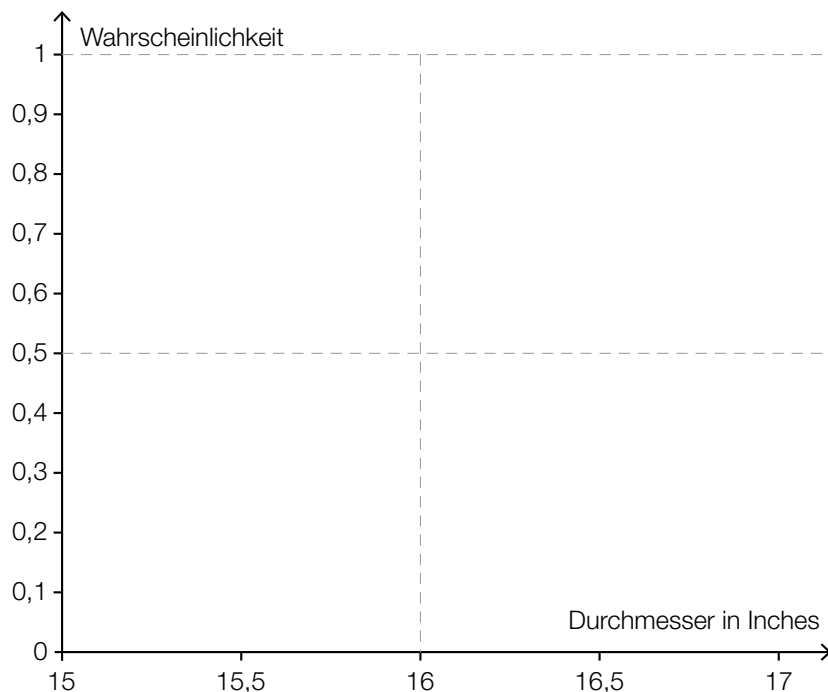
- c) Für eine bestimmte Pizzasorte wird der Preis pro Flächeneinheit in Abhängigkeit vom Durchmesser modellhaft durch folgende quadratische Funktion P beschrieben:

$$P(d) = 0,0003 \cdot d^2 - 0,015 \cdot d + 0,2619 \quad \text{mit } 8 \leq d \leq 30$$

d ... Durchmesser der Pizza in Inches

$P(d)$... Preis pro Flächeneinheit einer Pizza mit Durchmesser d in US-Dollar

- Ermitteln Sie, für welchen Durchmesser der Preis pro Flächeneinheit am geringsten ist.
 - Berechnen Sie, wie viel diese Pizza kostet.
- d) Die Durchmesser von 16-Inch-Pizzen eines bestimmten Lieferanten sind annähernd normalverteilt mit einem Erwartungswert $\mu = 16$ Inch und einer Standardabweichung $\sigma = 0,3$ Inch.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Pizza einen Durchmesser von mindestens 16,2 Inch hat.
 - Skizzieren Sie den Graphen der Verteilungsfunktion dieser Normalverteilung in der nachstehenden Abbildung.



Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) Spannweite: 3 Inch

Sowohl der falsche als auch der korrekte Wert liegen zwischen dem Minimum und dem ersten Quartil. Daher verändert dieser Fehler weder das Minimum noch das erste Quartil und beeinflusst den Boxplot nicht.

b) Flächeninhalt eines Kreises mit Durchmesser d : $A_d = \frac{d^2}{4} \cdot \pi$
Flächeninhalt eines Kreises mit Durchmesser $2d$: $A_{2d} = \frac{4d^2}{4} \cdot \pi = d^2 \cdot \pi = 4 \cdot A_d$

Ein Nachweis mit konkreten Zahlenwerten für die Durchmesser ist nicht ausreichend.

c) $P'(d) = 0,0006 \cdot d - 0,015$
 $P'(d) = 0 \Rightarrow d = 25$

Die Pizza mit dem geringsten Preis pro Flächeneinheit hat einen Durchmesser von 25 Inch.

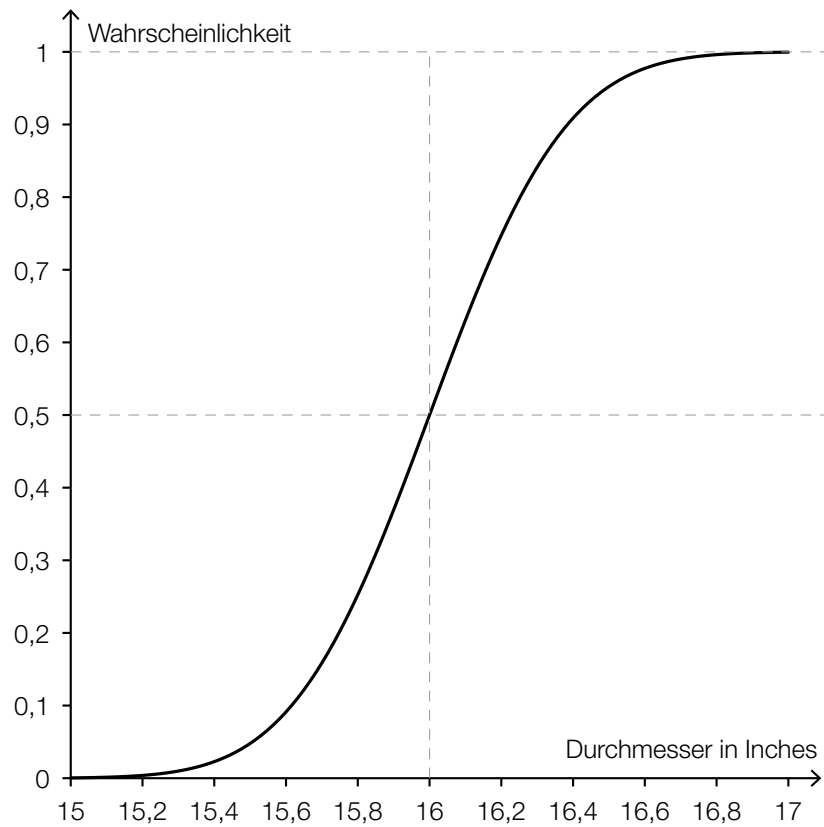
$$P(25) = 0,0744$$
$$P(25) \cdot \left(\frac{25}{2}\right)^2 \cdot \pi = 36,521\dots$$

Gemäß diesem Modell kostet diese Pizza 36,52 US-Dollar.

d) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$P(X \geq 16,2) = 0,2524\dots$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Pizza einen Durchmesser von mindestens 16,2 Inch hat, beträgt rund 25,2 %.



Lösungsschlüssel

- a) 1 × C: für das richtige Ablesen der Spannweite
1 × D: für die richtige Erklärung
- b) 1 × D: für den richtigen allgemeinen Nachweis (Ein Nachweis mit konkreten Zahlenwerten für die Durchmesser ist nicht ausreichend.)
- c) 1 × B1: für die richtige Bestimmung der Extremstelle (Der Nachweis, dass es sich bei der Extremstelle um eine Minimumstelle handelt, ist nicht erforderlich.)
1 × B2: für die richtige Berechnung des Preises der Pizza
- d) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit
1 × A: für das richtige Skizzieren des Graphen der Verteilungsfunktion (charakteristischer Funktionsverlauf und Funktionswert an der Stelle μ richtig eingezeichnet)