

Preis und Absatz

Aufgabennummer: B_128

Technologieeinsatz: möglich erforderlich

In einem Monopolbetrieb wird der Zusammenhang des Absatzes einer Ware mit einem bestimmten Preis pro Kilogramm untersucht.

x ... Absatz in Kilogramm (kg)

$p(x)$... Preis für x verkaufte Kilogramm in Euro pro Kilogramm (€/kg)

- a) Im 1. Verkaufsmonat ist die Abhängigkeit des Absatzes vom Preis pro Kilogramm der Ware in der untenstehenden Tabelle aufgenommen worden.

x in kg	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28
$p(x)$ in €/kg	40	39	38	37	35	33	31	28	25	22	18	14	10	5,6	0,2

- Ermitteln Sie die passende quadratische Preisfunktion der Nachfrage p in Abhängigkeit von der Absatzmenge x mithilfe von Regression.
- Interpretieren Sie anhand der Grafik, wie gut sich die berechnete Kurve an die gegebenen Daten anpasst.
- Argumentieren Sie, in welchem Definitionsbereich die ermittelte Funktion den Zusammenhang von Absatz und Preis sinnvoll beschreibt.

- b) Für den 2. Verkaufsmonat lautet die Preisfunktion der Nachfrage:

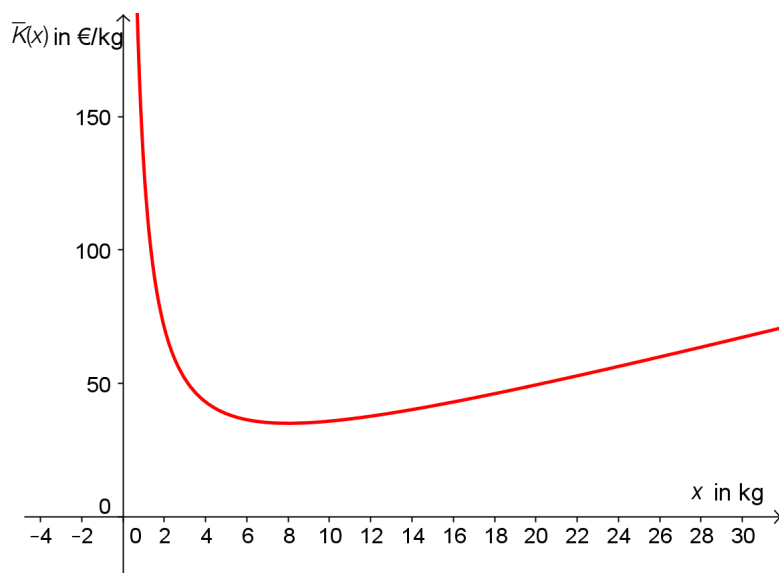
$$p(x) = -0,04x^2 - 0,2x + 40$$

Wenn sich die Absatzmenge von x kg auf $(x + 1)$ kg verändert, gilt für die damit zusammenhängende Preisänderung $\Delta p(x)$ folgende Beziehung:

$$\Delta p(x) = p(x + 1) - p(x)$$

- Ermitteln Sie eine möglichst einfache Gleichung der Funktion Δp für die gegebene Preisfunktion der Nachfrage p .
- Berechnen Sie mithilfe von Δp die Veränderung des Preises bei einer Absatzsteigerung von 20 kg auf 21 kg.

- c) Die Stückkostenfunktion \bar{K} für diese Ware hat den unten dargestellten Funktionsgraphen.



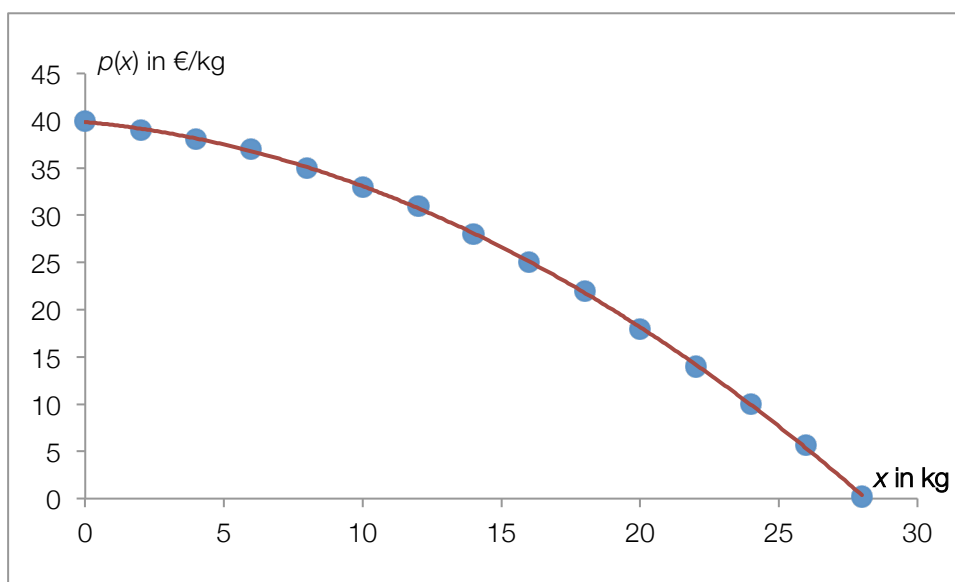
- Lesen Sie daraus das Betriebsoptimum und die minimalen Stückkosten ab.
- Erklären Sie, wie man diese aus der Gleichung der Gesamtkostenfunktion berechnet.
- Argumentieren Sie, welche Bedeutung die minimalen Stückkosten für die Festlegung des Verkaufspreises haben.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

- a) Funktionsgleichung mittels quadratischer Regression:



$$p(x) = -0,0406x^2 - 0,2729x + 39,8729$$

Die Abweichung der gegebenen Daten von der Regressionslinie ist sehr gering. Dies lässt vermuten, dass eine Modellierung mithilfe einer quadratischen Funktion zu diesen Daten passend ist.

Sinnvoller Definitionsbereich:

Untere Grenze des Definitionsbereichs: $x = 0$, der Verkaufspreis zu Beginn ist der höchste Preis.
Obere Grenze: $x \approx 28$ kg, wäre die Sättigungsmenge: Es besteht keine Nachfrage nach dem Produkt mehr, man müsste den Preis auf 0 senken.

- b) Wenn der Absatz im 2. Monat um 1 kg steigt, dann nimmt der Preis pro Kilogramm etwas ab.

$$\Delta p(x) = p(x+1) - p(x) = -0,04(x+1)^2 - 0,2(x+1) + 40 - (-0,04x^2 - 0,2x + 40)$$

$$\Delta p(x) = -0,08x - 0,24$$

$$\Delta p(20) = -1,84$$

Der Preis pro Kilogramm nimmt um 1 € 84 Cent ab, wenn der Absatz von 20 auf 21 kg steigt.

- c) Das Betriebsoptimum beträgt ungefähr 8 kg, die minimalen Stückkosten belaufen sich auf ca. 35 €/kg.

Die Stückkostenfunktion erhält man, indem man die Gesamtkostenfunktion durch die Produktionsmenge x dividiert. Die minimalen Stückkosten kann man durch Nullsetzen der 1. Ableitung der Stückkostenfunktion \bar{K} berechnen. Aus dieser Gleichung erhält man den x -Wert des Minimums – das so genannte *Betriebsoptimum*.

Diese Menge wird in die Stückkostenfunktion eingesetzt und ergibt die minimalen Stückkosten.

Wenn man die Ware bei einem Preis verkauft, der den minimalen Stückkosten entspricht, dann arbeitet der Betrieb zwar gerade kostendeckend, aber ohne Gewinn. Die minimalen Stückkosten legen damit die so genannte *langfristige Preisuntergrenze* fest.

Klassifikation

Teil A Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 5 Stochastik
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) 4 Analysis

Nebeninhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) —
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) D Argumentieren und Kommunizieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) C Interpretieren und Dokumentieren; D Argumentieren und Kommunizieren
- b) —
- c) C Interpretieren und Dokumentieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) mittel

Punkteanzahl:

- a) 3
- b) 2
- c) 3

Thema: Wirtschaft

Quellen: —