

Pinboard

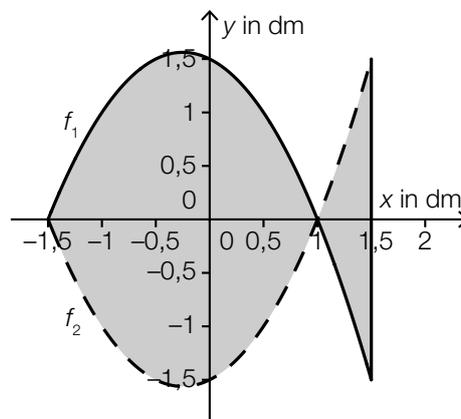
Aufgabennummer: A_037

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Es sollen Pinboards in Form eines Fisches angefertigt werden. Die obere und die untere Begrenzungslinie können durch die Funktionen f_1 und f_2 beschrieben werden:



Die Graphen von f_1 und f_2 sind symmetrisch bezüglich der x-Achse. Es gilt:

$$f_2(x) = x^2 + \frac{1}{2} \cdot x - \frac{3}{2} \text{ mit } -1,5 \leq x \leq 1,5$$

$x, f_1(x), f_2(x) \dots$ Koordinaten in dm

- a) – Erstellen Sie eine Formel für den Flächeninhalt A des Fisches mithilfe von f_2 .

$A =$ _____

– Berechnen Sie den Flächeninhalt des Fisches.

- b) – Argumentieren Sie mithilfe der Differenzialrechnung, dass die Funktion f_2 nur eine lokale Extremstelle und keine Wendestelle hat.

- c) Eine Begrenzungslinie eines anderen Pinboards kann durch eine quadratische Funktion f beschrieben werden. Der Graph von f enthält die Punkte $(-1,5|0)$, $(0|1)$ und $(1|0)$.

- Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von f .
- Ermitteln Sie eine Gleichung der Funktion f .

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

$$\text{a) } A = 2 \cdot \left(-\int_{-1,5}^1 f_2(x) dx + \int_1^{1,5} f_2(x) dx \right)$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$A = 5,91\bar{6} \text{ dm}^2 \approx 5,92 \text{ dm}^2$$

$$\text{b) } f_2'(x) = 2 \cdot x + \frac{1}{2}$$

$$f_2''(x) = 2$$

Die 1. Ableitung von f_2 ist eine lineare Funktion und hat somit genau eine Nullstelle. Diese ist die einzige lokale Extremstelle von f_2 .

Eine Wendestelle von f_2 kann nur dort vorliegen, wo die 2. Ableitung von f_2 eine Nullstelle hat. Da f_2'' keine Nullstelle hat, kann f_2 keine Wendestelle haben.

$$\text{c) } f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

$$f(-1,5) = 0 \quad \text{bzw.} \quad a \cdot (-1,5)^2 + b \cdot (-1,5) + c = 0$$

$$f(0) = 1 \quad \text{bzw.} \quad c = 1$$

$$f(1) = 0 \quad \text{bzw.} \quad a + b + c = 1$$

Lösung mittels Technologieeinsatz:

$$a = -\frac{2}{3}, \quad b = -\frac{1}{3}, \quad c = 1$$

$$f(x) = -\frac{2}{3} \cdot x^2 - \frac{1}{3} \cdot x + 1$$

Klassifikation

Teil A Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 4 Analysis
- b) 4 Analysis
- c) 2 Algebra und Geometrie

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) 3 Funktionale Zusammenhänge

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) —
- c) A Modellieren und Transferieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) leicht
- c) leicht

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 1
- c) 2

Thema: Alltag

Quellen: —