Obsthändler*

Aufgabennummer: B_489

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

Ein Obsthändler plant die Renovierung seiner Geschäftsräume.

a) Die Renovierung soll durch einen Kredit in Höhe von € 60.000 finanziert werden.

Das Angebot einer Bank sieht folgende Rückzahlungen vor:

- eine Einmalzahlung in Höhe von € 15.000 am Ende des 1. Jahres
- eine weitere Einmalzahlung in Höhe von € 20.000 am Ende des 3. Jahres
- 6 Halbjahresraten in Höhe von jeweils *R*, die erste Rate ist am Ende des 4. Jahres fällig

1) Veranschaulichen Sie diese Rückzahlungen auf der nachstehenden Zeitachse.

Auszahlung: € 60.000

Rückzahlungen:

2) Berechnen Sie die Ratenhöhe *R* bei einem Semesterzinssatz von 3 % p. s.

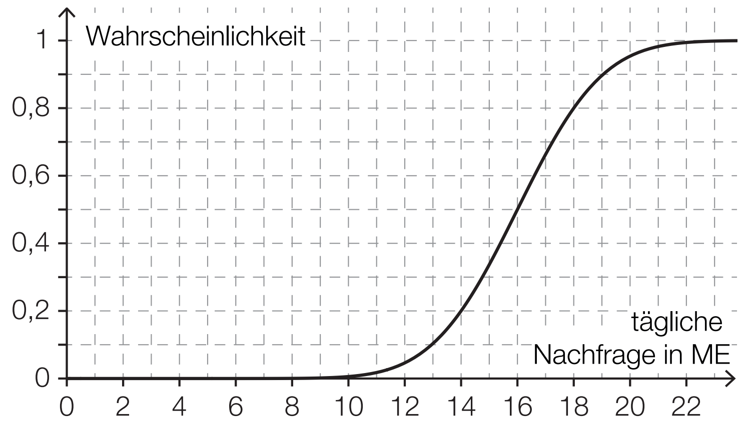
b) Der Obsthändler überlegt, die Renovierung erst in 2 Jahren durchzuführen, um bis dahin Geld anzusparen. Er geht davon aus, dass er monatlich nachschüssig € 2.400 auf ein Konto einzahlen könnte. Dadurch möchte er innerhalb von 2 Jahren € 60.000 ansparen.

1) Berechnen Sie denjenigen effektiven Jahreszinssatz *i*, bei dem der Obsthändler sein Sparziel genau erreichen würde.

2) Begründen Sie ohne Berechnung, warum der zugehörige effektive Jahreszinssatz niedriger ist, wenn die monatlichen Einzahlungen vorschüssig erfolgen.

* ehemalige Klausuraufgabe

c) Die tägliche Nachfrage X nach einer bestimmten Obstsorte ist bei diesem Obsthändler annähernd normalverteilt. Der Graph der zugehörigen Verteilungsfunktion ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



1) Lesen Sie aus der Abbildung den Erwartungswert μ und die Wahrscheinlichkeit $P(X \leq 14)$ ab.

$\mu =$ ______________________ ME

$P(X \leq 14) =$ ______________________

2) Ermitteln Sie mithilfe der abgelesenen Werte die Standardabweichung von X.

Der Obsthändler möchte herausfinden, welche Menge dieser Obstsorte er lagern sollte (Bestandsmenge). Zur Ermittlung der optimalen Bestandsmenge kann das sogenannte *Zeitungsjungen-Modell* verwendet werden.
Laut diesem Modell ist die Bestandsmenge q dann optimal, wenn Folgendes gilt:
Die Wahrscheinlichkeit, dass die tägliche Nachfrage höchstens q ist, beträgt $\frac{p-c}{p}$, also:

$$P(X \leq q) = \frac{p-c}{p}$$

q … optimale Bestandsmenge in ME
c … Einkaufspreis in GE/ME
p … Verkaufspreis in GE/ME

3) Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung für $c = 2$ GE/ME und $p = 5$ GE/ME die zugehörige optimale Bestandsmenge.

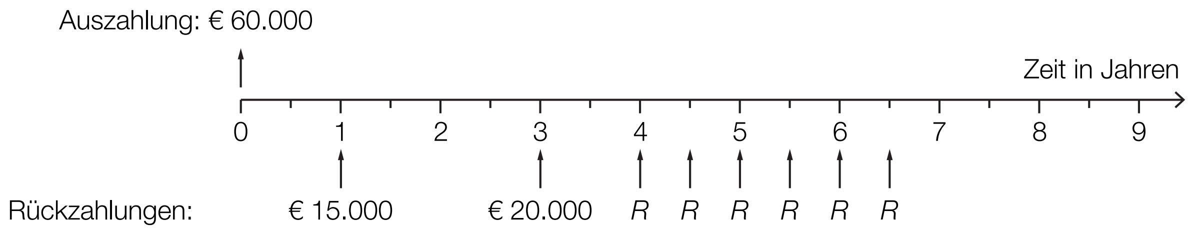
Man betrachtet den Ausdruck $\frac{p-c}{p}$ mit $p \neq 0$.

4) Kreuzen Sie die auf diesen Ausdruck zutreffende Aussage an. *[1 aus 5]*

Wenn man für p und c die gleiche positive Zahl einsetzt, ist der Ausdruck $\frac{p-c}{p}$ nicht definiert.	☐
Der Ausdruck $\frac{p-c}{p}$ kann auch in der Form $p - c : p$ angeschrieben werden.	☐
Wenn sowohl p als auch c verdoppelt werden, bleibt der Wert des Ausdrucks $\frac{p-c}{p}$ unverändert.	☐
Wenn p das Doppelte von c ist, dann hat der Ausdruck $\frac{p-c}{p}$ den Wert $\frac{1}{3}$.	☐
Der Ausdruck $\frac{p-c}{p}$ kann für $p \neq 1$ zu $1 - c$ vereinfacht werden.	☐

Möglicher Lösungsweg

a1)



a2) $60\,000 = \frac{15\,000}{1{,}03^2} + \frac{20\,000}{1{,}03^6} + R \cdot \frac{1{,}03^6 - 1}{0{,}03} \cdot \frac{1}{1{,}03^{13}} \quad \Rightarrow \quad R = 6\,609{,}203...$

Die Ratenhöhe beträgt € 6.609,20.

b1) q_{12} ... monatlicher Aufzinsungsfaktor

$$60\,000 = 2\,400 \cdot \frac{q_{12}^{24} - 1}{q_{12} - 1}$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz: $q_{12} = 1{,}00353...$

$i = q_{12}^{12} - 1 = 0{,}04319...$

Der effektive Jahreszinssatz beträgt rund 4,32 %.

b2) Im Falle vorschüssiger Einzahlungen wird jede Einzahlung 1 Monat länger verzinst. Da der Endwert gleich hoch ist, muss im Vergleich zu nachschüssigen Einzahlungen der zugehörige effektive Jahreszinssatz niedriger sein.

c1) μ = 16 ME
$P(X \leq 14) = 0{,}2$

c2) Berechnung mittels Technologieeinsatz: $\sigma = 2{,}376...$
Die Standardabweichung beträgt rund 2,38 ME.

c3) $\frac{5-2}{5} = 0{,}6$

Ablesen derjenigen Menge q, für die gilt: $P(X \leq q) = 0{,}6$
$q \approx 16{,}6$ ME
Toleranzbereich: [16,4; 16,8]

c4)

Wenn sowohl p als auch c verdoppelt werden, bleibt der Wert des Ausdrucks $\frac{p-c}{p}$ unverändert.	☒

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A1: für das richtige Veranschaulichen der Rückzahlungen
a2) 1 × A2: für den richtigen Ansatz
1 × B: für das richtige Berechnen der Ratenhöhe
b1) 1 × B: für das richtige Berechnen des effektiven Jahreszinssatzes
b2) 1 × D: für das richtige Begründen
c1) 1 × C1: für das richtige Ablesen des Erwartungswerts und der Wahrscheinlichkeit
c2) 1 × B: für das richtige Ermitteln der Standardabweichung
c3) 1 × C2: für das richtige Ermitteln der optimalen Bestandsmenge
(Toleranzbereich: [16,4; 16,8])
c4) 1 × C3: für das richtige Ankreuzen