

## Natur in Zahlen

Aufgabennummer: A\_136

Technologieeinsatz:

möglich

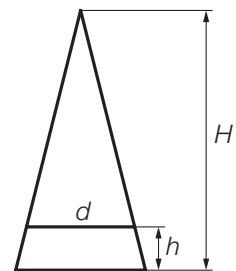
erforderlich

- a) Bestimmte Tropfsteine wachsen mit einer Geschwindigkeit von etwa 0,8 mm pro Jahr. In Mexiko gibt es eine Höhle mit Riesenkristallen, die Schätzungen zufolge mit einer Geschwindigkeit von  $1,4 \cdot 10^{-5}$  nm pro Sekunde gewachsen sind. Jemand behauptet, dass die Tropfsteine um mehr als 1500-mal schneller wachsen als die Riesenkristalle.

– Überprüfen Sie nachweislich, ob diese Behauptung zutrifft.

- b) Das Volumen eines Baumstamms kann mithilfe der folgenden Methode abgeschätzt werden:

Vereinfacht wird der Stamm als Drehkegel betrachtet. Man ermittelt die Höhe  $H$  des Stamms und misst außerdem den Stammdurchmesser  $d$  in der Höhe  $h$  über dem Boden (siehe nebenstehende Skizze). Aus diesen 3 Größen kann das Volumen  $V$  des Drehkegels berechnet werden.



– Stellen Sie mithilfe von  $d$ ,  $h$  und  $H$  eine Formel für  $V$  auf.

$V =$  \_\_\_\_\_

Der *General Sherman Tree* ist – bezogen auf den Stamm – der volumenmäßig größte lebende Baum der Erde. Der Stamm ist 83,8 m hoch und hat in 1,37 m Höhe einen Durchmesser von 7,7 m.

– Schätzen Sie mithilfe der oben beschriebenen Methode das Volumen dieses Stamms.

c) Erdmännchen sind Raubtiere, die im südlichen Afrika leben. Es wird angenommen: In freier Wildbahn beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass ein Jungtier überlebt, unabhängig voneinander 25 %.

In einer Erdmännchen-Kolonie werden 20 Jungtiere geboren.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 30 % davon überleben.

Ein Erdmännchen-Weibchen bringt 3 Jungtiere zur Welt.

– Ordnen Sie den beiden Wahrscheinlichkeiten jeweils das passende Ereignis aus A bis D zu. [2 zu 4]

$P(E) = 0,25^3$	
$P(E) = 1 - 0,25^3$	

A	$E =$ „alle 3 Jungtiere überleben“
B	$E =$ „keines der Jungtiere überlebt“
C	$E =$ „mindestens 1 Jungtier überlebt“
D	$E =$ „mindestens 1 Jungtier überlebt nicht“

*Hinweis zur Aufgabe:*

*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.*

## Möglicher Lösungsweg

$$\begin{aligned} \text{a) } 1,4 \cdot 10^{-5} \frac{\text{nm}}{\text{s}} &= 60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 \cdot 1,4 \cdot 10^{-11} \frac{\text{mm}}{\text{Jahr}} = 44\,150\,400 \cdot 10^{-11} \frac{\text{mm}}{\text{Jahr}} \\ &= 4,41504 \cdot 10^{-4} \frac{\text{mm}}{\text{Jahr}} \\ \frac{0,8}{4,41504 \cdot 10^{-4}} &= 1\,811,9\dots \end{aligned}$$

Die Tropfsteine wachsen 1 812-mal schneller als die Riesenkristalle. Die Behauptung ist daher zutreffend.

b)  $r$  ... Radius des Drehkegels am Boden

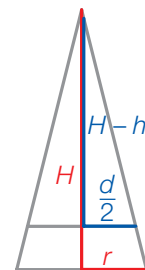
Anwendung des Strahlensatzes:  $\frac{r}{H} = \frac{\frac{d}{2}}{H-h} \Rightarrow r = \frac{d \cdot H}{2 \cdot (H-h)}$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot H$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left( \frac{d \cdot H}{2 \cdot (H-h)} \right)^2 \cdot H$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left( \frac{7,7 \cdot 83,8}{2 \cdot (83,8 - 1,37)} \right)^2 \cdot 83,8 = 1\,344,3\dots$$

Das Volumen des Stamms beträgt etwa 1 344 m<sup>3</sup>.



c)  $X$  ... Anzahl der überlebenden Jungtiere

Binomialverteilung mit  $n = 20$  und  $p = 0,25$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:  $P(X \geq 6) = 0,3828\dots$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 38,3 %.

$P(E) = 0,25^3$	A
$P(E) = 1 - 0,25^3$	D

A	$E =$ „alle 3 Jungtiere überleben“
B	$E =$ „keines der Jungtiere überlebt“
C	$E =$ „mindestens 1 Jungtier überlebt“
D	$E =$ „mindestens 1 Jungtier überlebt nicht“

# Klassifikation

Teil A                       Teil B

## Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 1 Zahlen und Maße
- c) 5 Stochastik

## Nebeninhaltsdimension:

- a) 1 Zahlen und Maße
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) –

## Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) D Argumentieren und Kommunizieren
- b) A Modellieren und Transferieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

## Nebenhandlungsdimension:

- a) –
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) C Interpretieren und Dokumentieren

## Schwierigkeitsgrad:                      Punkteanzahl:

- |           |      |
|-----------|------|
| a) mittel | a) 1 |
| b) schwer | b) 2 |
| c) mittel | c) 2 |

**Thema:** Biologie

**Quellen:** <http://www.zamg.ac.at/>  
<http://www.spektrum.de/news/mexikanische-riesenkristalle-sind-extremisten/1123070>  
[https://en.wikipedia.org/wiki/General\\_Sherman\\_\(tree\)](https://en.wikipedia.org/wiki/General_Sherman_(tree))  
[https://www.tierparkstadthaag.at/de/tierpark\\_tiere/erdmaennchen/](https://www.tierparkstadthaag.at/de/tierpark_tiere/erdmaennchen/)