

Modell-Kuh*

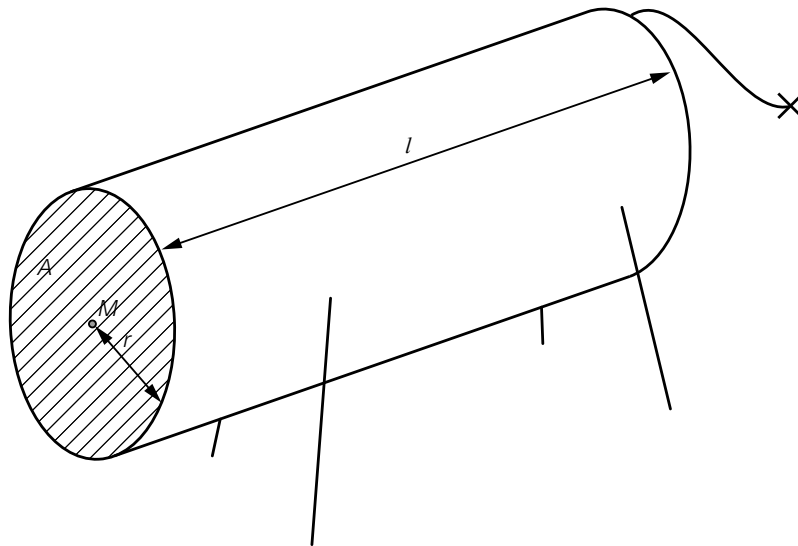
Aufgabennummer: B_385

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

- a) Um in einer Faustformel einen Zusammenhang zwischen Brustumfang und Volumen einer Kuh herzustellen, wird die Kuh modellhaft als Zylinder mit einer kreisförmigen Querschnittsfläche und der Länge l angenommen.



Dazu muss der Flächeninhalt A der Kreisfläche durch den Umfang u des Kreises ausgedrückt werden.

- Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts A in Abhängigkeit vom Umfang u auf.

$$A = \underline{\hspace{10cm}}$$

In diesem Modell wird die Länge l des Zylinders als das 9-Fache des Radius r angenommen.

- Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Volumens V in Abhängigkeit vom Umfang u auf.

$$V = \underline{\hspace{10cm}}$$

Der Brustumfang einer Kuh ist um 10 % größer als jener einer anderen Kuh.

- Bestimmen Sie, um wie viel Prozent das Volumen dieser Kuh größer ist als das Volumen der anderen Kuh.

* ehemalige Klausuraufgabe

b) Die nachstehende Tabelle gibt den Brustumfang und die Lebendmasse von 8 Kühen an.

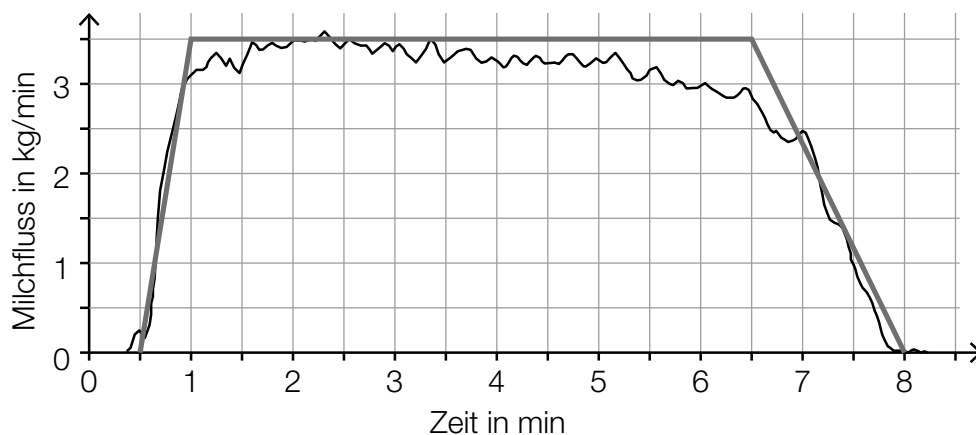
Brustumfang in cm	Lebendmasse in kg
153	240
155	303
161	285
163	320
165	373
167	318
169	387
170	358

In einem vereinfachten Modell kann für Brustumfänge von 150 cm bis 170 cm ein linearer Zusammenhang zwischen den beiden angegebenen Größen angenommen werden.

- Ermitteln Sie eine Gleichung der zugehörigen linearen Regressionsfunktion. (Die Lebendmasse soll in Abhängigkeit vom Brustumfang beschrieben werden.)
- Interpretieren Sie den Wert der Steigung dieser Regressionsfunktion im gegebenen Sachzusammenhang.
- Berechnen Sie mithilfe dieses Modells die Lebendmasse, die man bei einem Brustumfang von 160 cm erwarten kann.

c) Die nachstehende Grafik zeigt den Milchfluss während eines Melkvorgangs in Kilogramm pro Minute (kg/min) in Abhängigkeit von der Zeit in Minuten (min).

Für weitere Berechnungen wird der Milchfluss durch einen Streckenzug in Form eines Trapezes modelliert. Dieser Streckenzug ist ebenfalls eingezeichnet.



- Veranschaulichen Sie in der obigen Grafik die während dieses Melkvorgangs insgesamt gemolkene Milchmenge.
- Bestimmen Sie näherungsweise die während dieses Melkvorgangs insgesamt gemolkene Milchmenge.

Möglicher Lösungsweg

$$\text{a) } u = 2 \cdot r \cdot \pi \Rightarrow r = \frac{u}{2 \cdot \pi}$$

$$A = r^2 \cdot \pi$$

$$\Rightarrow A = \frac{u^2}{4 \cdot \pi}$$

$$l = 9 \cdot r$$

$$V = A \cdot 9 \cdot r$$

$$V = \frac{u^2}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{9 \cdot u}{2 \cdot \pi} = \frac{9 \cdot u^3}{8 \cdot \pi^2}$$

$$V_{\text{neu}} = \frac{9 \cdot (1,1 \cdot u)^3}{8 \cdot \pi^2} = \frac{9 \cdot 1,1^3 \cdot u^3}{8 \cdot \pi^2} = 1,1^3 \cdot V = 1,331 \cdot V$$

Wenn der Umfang um 10 % steigt, nimmt gemäß diesem Modell das Volumen um 33,1 % zu.

b) Ermitteln der Gleichung der Regressionsfunktion mittels Technologieeinsatz:

$$y = 6,50 \cdot x - 736 \quad (\text{Koeffizienten gerundet})$$

x ... Brustumfang in cm

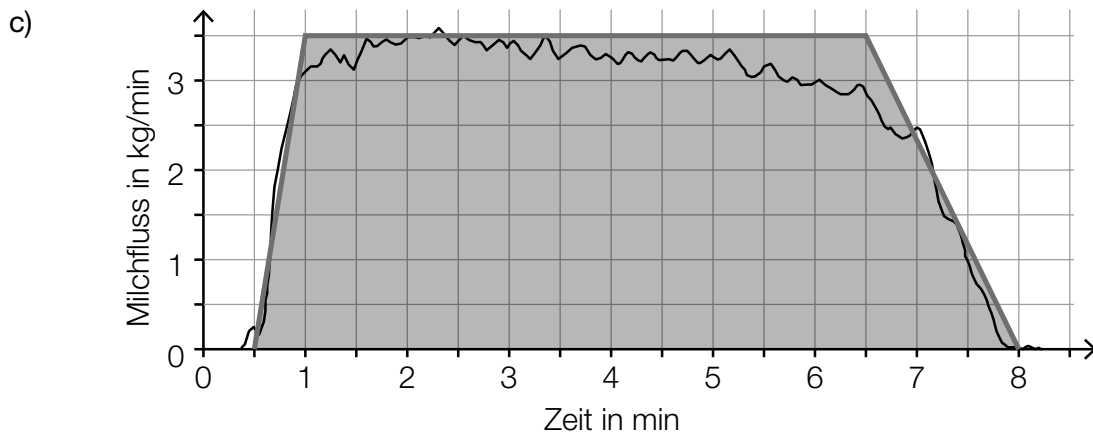
y ... Lebendmasse in kg

Gemäß dem Modell steigt die Lebendmasse pro Zentimeter Brustumfang um rund 6,50 kg.

$x = 160$ cm:

$$6,50 \dots \cdot 160 - 736, \dots = 304,2 \dots \approx 304$$

Gemäß dem Modell kann man bei einem Brustumfang von 160 cm eine Lebendmasse von rund 304 kg erwarten.



Auch das Veranschaulichen der Milchmenge als Fläche zwischen dem Graphen der Funktion und der horizontalen Achse ist als richtig zu werten.

Die gemolkene Milchmenge entspricht dem Flächeninhalt A des Trapezes:

$$A = \frac{(7,5 + 5,5) \cdot 3,5}{2} = 22,75$$

Es wurden 22,75 kg Milch gemolken.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A1: für das richtige Aufstellen der Formel für A in Abhängigkeit von u
 1 × A2: für das richtige Aufstellen der Formel für V in Abhängigkeit von u
 1 × A3: für das richtige Bestimmen des prozentuellen Unterschieds
- b) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Gleichung der Regressionsfunktion
 1 × C: für eine richtige Interpretation des Werts der Steigung im gegebenen Sachzusammenhang
 1 × B2: für die richtige Berechnung der Lebendmasse bei 160 cm Brustumfang
- c) 1 × A: für das richtige Veranschaulichen der Milchmenge als Fläche zwischen dem Streckenzug bzw. dem Graphen der Funktion und der horizontalen Achse
 1 × B: für das richtige Bestimmen der insgesamt gemolkene Milchmenge