

# Miststreuer

Aufgabennummer: B\_286

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Ein Unternehmen stellt Miststreuer her. Die Produktion sowie der Verkauf werden innerhalb eines Jahres betrachtet.

- a) Das Unternehmen geht bezüglich eines speziellen Zusatzteils innerhalb eines Jahres von folgender Preis-Absatz-Funktion aus:

$$p(x) = -0,02 \cdot (x + 10)^2 + 288$$

$x$  ... verkaufte Menge in Mengeneinheiten (ME)

$p(x)$  ... Preis bei  $x$  verkauften ME in Geldeinheiten pro Mengeneinheit (GE/ME)

- Argumentieren Sie anhand der Funktionsgleichung, dass der Graph der Funktion  $p$  einen Hochpunkt hat.
- Berechnen Sie die Sättigungsmenge.
- Stellen Sie eine Gleichung zur Berechnung der erlösmaximierenden Menge auf.

- b) Die jährlichen Fixkosten für die Herstellung eines Produktionsteils des Miststreuers belaufen sich auf 8000 Geldeinheiten (GE).

Die variablen Gesamtkosten können durch folgende Funktion beschrieben werden:

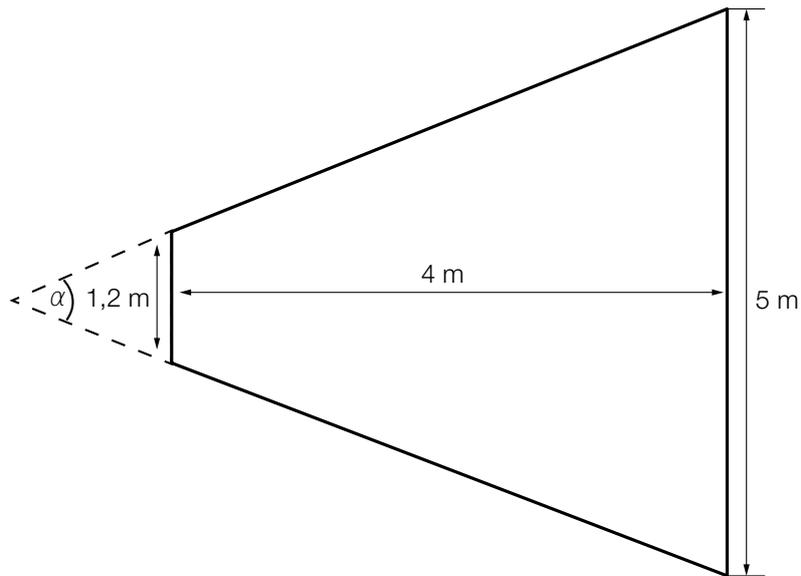
$$K_v(x) = 0,11 \cdot x^3 - 5 \cdot x^2 + 80 \cdot x \quad \text{mit } x \geq 0$$

$x$  ... produzierte Mengeneinheiten (ME)

$K_v(x)$  ... variable Kosten in GE bei  $x$  produzierten ME

- Dokumentieren Sie, wie die langfristige Preisuntergrenze berechnet werden kann.
- Berechnen Sie dasjenige Intervall, in dem die Kostenfunktion degressiv verläuft.
- Interpretieren Sie die Stelle des Übergangs vom degressiven in den progressiven Verlauf der Kostenfunktion hinsichtlich der Veränderung der Kosten.

- c) Ein bestimmtes Miststreuer-Modell hat eine Breite von 1,2 m. Es streut im Stand bis zu einer Breite von rund 5 m. Dabei wirft es den Mist (wie in der nachstehenden Skizze ersichtlich) bis zu rund 4 m weit. Die dick umrandete Fläche der Skizze zeigt den Bereich, der vom stehenden Miststreuer bestreut wird.



- Berechnen Sie den Winkel  $\alpha$ .

*Hinweis zur Aufgabe:*

*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.*

## Möglicher Lösungsweg

- a) Da der Koeffizient  $-0,02$  negativ ist, ist der Graph dieser quadratischen Funktion eine nach unten geöffnete Parabel. Der Scheitel dieser Parabel ist daher der Hochpunkt.

Lösen der Gleichung  $p(x) = 0$  ergibt:  $x = 110$  bzw.  $x = -130 \Rightarrow 110$  Stück ist die Sättigungsmenge.

$$p(x) = -0,02 \cdot (x + 10)^2 + 288 = -0,02 \cdot x^2 - 0,4 \cdot x - 2 + 288$$

$$E(x) = p(x) \cdot x$$

$$E(x) = -0,02 \cdot x^3 - 0,4 \cdot x^2 + 286 \cdot x$$

$$E'(x) = 0 \Rightarrow E'(x) = -0,06 \cdot x^2 - 0,8 \cdot x + 286 \Rightarrow -0,06 \cdot x^2 - 0,8 \cdot x + 286 = 0$$

- b) Man berechnet die Gesamtkostenfunktion durch Addition der variablen Kosten und der Fixkosten. Danach bestimmt man die Durchschnittskostenfunktion, indem man die Gesamtkostenfunktion durch  $x$  dividiert. Man berechnet die Nullstellen der 1. Ableitung der Durchschnittskostenfunktion. Die positive Nullstelle ist Minimumstelle der Durchschnittskostenfunktion. Die Durchschnittskosten an der Stelle des Minimums stellen die langfristige Preisuntergrenze dar.

$$K(x) = 0,11 \cdot x^3 - 5 \cdot x^2 + 80 \cdot x + 8\,000$$

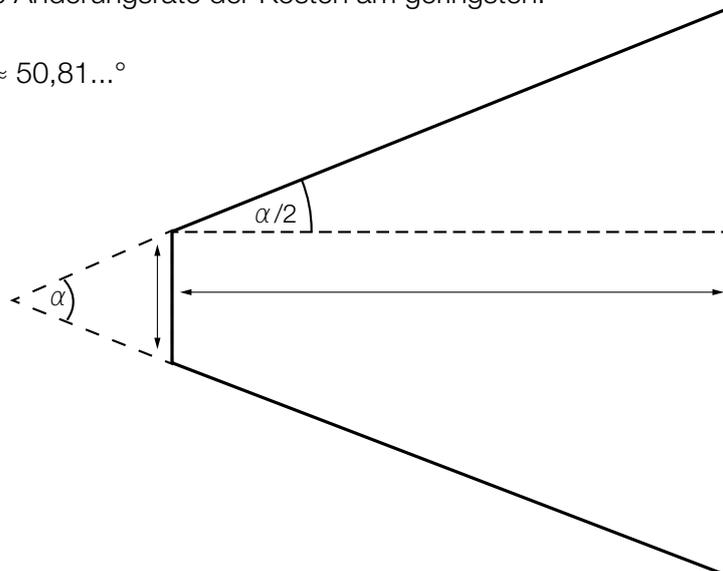
$$K''(x) = 0,66 \cdot x - 10 = 0 \Rightarrow x \approx 15,15 \text{ ME}$$

Die Funktion verläuft im Intervall  $[0; 15,15]$  degressiv.

An dieser Stelle ist die lokale Änderungsrate der Kosten am geringsten.

c)  $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{2,5 - 0,6}{4} \Rightarrow \alpha \approx 50,81\dots^\circ$

$$\alpha \approx 50,8^\circ$$



# Klassifikation

- Teil A       Teil B

## Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 4 Analysis
- b) 4 Analysis
- c) 2 Algebra und Geometrie

## Nebeninhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) –
- c) –

## Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) C Interpretieren und Dokumentieren
- c) A Modellieren und Transferieren

## Nebenhandlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren, D Argumentieren und Kommunizieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz, A Modellieren und Transferieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

## Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) mittel

## Punkteanzahl:

- a) 3
- b) 4
- c) 1

**Thema:** Sonstiges

**Quellen:** –