Maibaum aufstellen*

Aufgabennummer: A_179		
Technologieeinsatz:	möglich ☐	erforderlich ☒

Ein Maibaum der Höhe H steht senkrecht auf einem horizontalen Gelände.

a) Ein Maibaum der Höhe H wirft zu einem bestimmten Zeitpunkt einen 10,00 m langen Schatten. Die Sonne erscheint dabei unter dem Höhenwinkel α.

Hans stellt sich so hin, dass sein Schatten an derselben Stelle endet wie jener des Maibaums. Hans ist 1,76 m groß und ist 8,50 m vom Maibaum entfernt.

– Veranschaulichen Sie den Sachverhalt in einer Skizze, in der die gegebenen Größen sowie der Höhenwinkel α und die Höhe H beschriftet sind.
– Berechnen Sie den Höhenwinkel α.

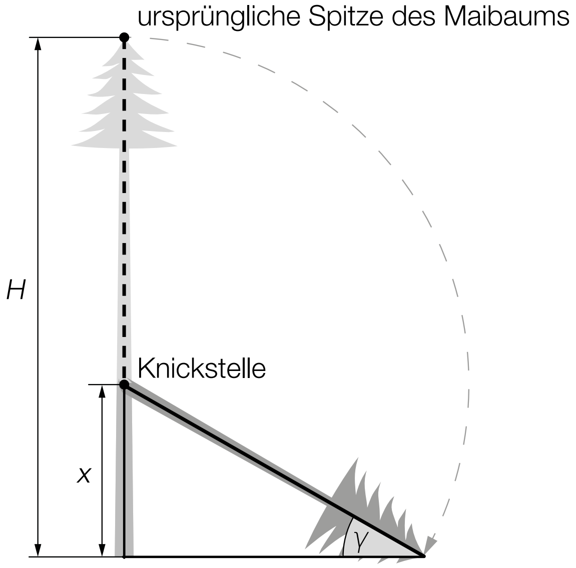
b) Martin misst in einer horizontalen Entfernung von 50 m vom Maibaum den Höhenwinkel $\beta = 26{,}6°$ zur Spitze des Maibaums. Anschließend verkürzt er seine horizontale Entfernung auf die Hälfte.
Er behauptet, dass sich dadurch der Höhenwinkel zur Spitze verdoppelt hat.

– Überprüfen Sie nachweislich, ob Martins Behauptung richtig ist.

* ehemalige Klausuraufgabe

c) Bei einem starken Unwetter knickt ein Maibaum der Höhe H um.

Der geknickte Teil schließt mit dem horizontalen Boden einen Winkel γ ein (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Skizze).



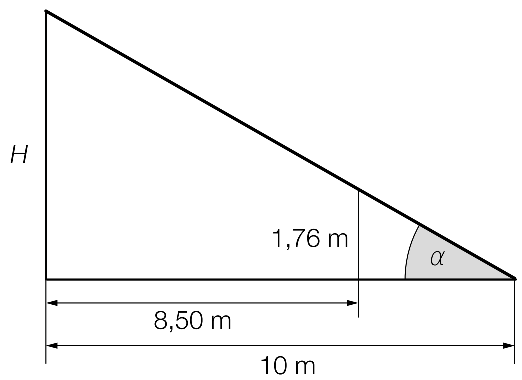
– Stellen Sie eine Formel zur Berechnung von x aus H und γ auf.

$x =$ ________________________________

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a)



$\tan(\alpha) = \frac{1{,}76}{1{,}5} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 49{,}55...° \approx 49{,}6°$

b) $\tan(26{,}6°) = \frac{H}{50} \quad \Rightarrow \quad H = 25{,}03...$

$\tan(\gamma) = \frac{H}{25} \quad \Rightarrow \quad \gamma = 45{,}04...° \approx 45{,}0°$

Die Behauptung stimmt also nicht, weil $2 \cdot 26{,}6° \neq 45{,}0°$.

Auch eine richtige Argumentation mithilfe der allgemeinen Eigenschaften der Tangensfunktion ist zulässig.

c) $\sin(\gamma) = \frac{x}{H - x} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{H \cdot \sin(\gamma)}{1 + \sin(\gamma)}$

Lösungsschlüssel

a) 1 × A: für das richtige Veranschaulichen aller Größen in der Skizze
1 × B: für die richtige Berechnung des Höhenwinkels α

b) 1 × D: für den richtigen Nachweis
Auch eine richtige Argumentation mithilfe der allgemeinen Eigenschaften der Tangensfunktion ist zulässig.

c) 1 × A: für das richtige Aufstellen der Formel